NOM : CORRIGÉ (1)

Seconde 1	**DS n°1 de mathématiques :** *Lectures graphiques + calculs algébriques*	25/09/15

- Calculatrice interdite
- Durée : 1h30
- ***Rendre le sujet avec la copie***

Total /25 → /20

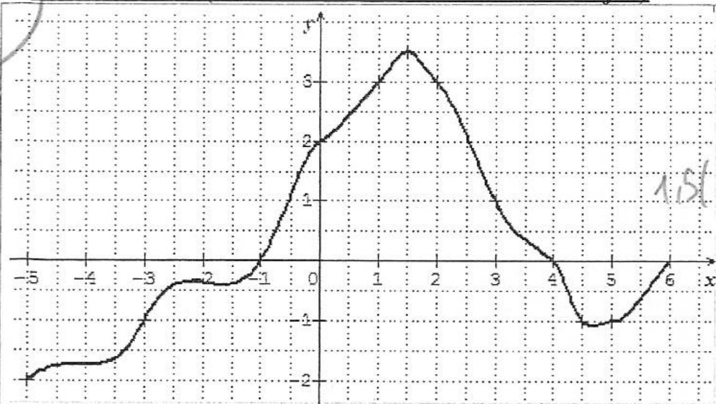
Exercice 1 : (à faire directement sur le sujet) /4

Compléter le tableau suivant :

$8 \times 0,5 = 4$

Encadrement	Intervalle	Représentation graphique
$-5 < x$	$x \in]-5 ; +\infty[$	] −5 … +∞
$x \geq -\frac{1}{4}$	$x \in [-\frac{1}{4} ; +\infty[$	[$-\frac{1}{4}$ … +∞
$-3,2 < x \leq -3,1$	$x \in]-3,2 ; -3,1]$	] −3,2] −3,1
$x < -15$	$x \in]-\infty ; -15[$	− ∞ [− 15

Exercice 2 : (à faire directement sur le sujet) /7



Courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormal du plan

Compléter les pointillés :

1) Ensemble de définition de f : $[-5 ; 6]$ 0,5

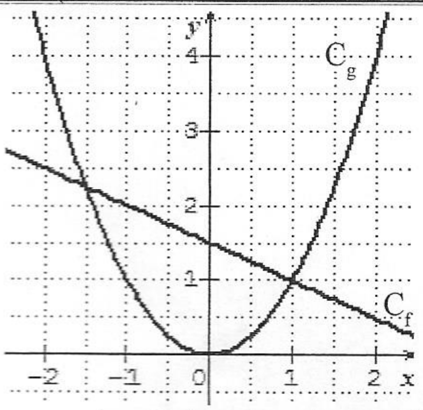
2) f(1,5)= 3,5 3) f(-3)= -1 0,5+0,5

4) Image de 4 par f : 0 5) Antécédents de -1 par f : -3 ; 4,5 ; 5 0,5 1,5

6) Résoudre graphiquement **en justifiant** l'équation : f(x) = 2 : Les solutions sont les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec la droite horizontale d'ordonnée 2. S = {0 ; 2,5} /1,5

7) Résoudre graphiquement **en justifiant** l'inéquation : f(x) < 0 : Les solutions sont les abscisses des points de la courbe de f situés strictement en dessous de l'axe des abscisses.
S = $[-5 ; -1[\cup]4 ; 6[$ /2

Exercice 3 : (à faire directement sur le sujet) /3



On a représenté dans le même repère orthonormal du plan les courbes C_f et C_g

1) Résoudre graphiquement en justifiant l'équation : f(x) = g(x) Les solutions cherchées sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g.

S = {−1,5 ; 1} 1,5

2) Résoudre graphiquement en justifiant l'inéquation : f(x) ≥ g(x) Les solutions cherchées sont les abscisses des points de la courbe de f situés au-dessus de celle de g.

S = [−1,5 ; 1] 1,5

Exercice 4 : (A faire sur votre copie) (voir page 3)

Soit $f(x) = -5x^2 + 2x - 3$

0,5 1) Calculer f(-2) en détaillant.

0,5 2) Calculer l'image de $\frac{2}{3}$

0,5 3) Montrer que le point M de coordonnées (4;-75) est situé sur la courbe représentative de f.

0,5 4) Calculer l'ordonnée du point N de la courbe de f d'abscisse $\sqrt{2}$

1 5) Calculer les abscisses possibles du point P de la courbe de f d'ordonnée – 3

1 6) a) Développer et réduire l'expression : $-5(x - \frac{1}{5})^2 - \frac{14}{5}$

0,5 b) En déduire que $f(x) = -5(x - \frac{1}{5})^2 - \frac{14}{5}$

1 c) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = -\frac{14}{5}$

0,5 d) Comment aurait-on pu formuler la question c) autrement ? Faire une phrase.

Exercice 5 :(à faire directement sur le sujet) /5

Compléter le tableau suivant en détaillant les étapes :

Questions	**Réponses**
1) Factoriser $A = 9x^2 - 1$	$A = (3x)^2 - 1^2$ $= (3x+1)(3x-1)$
2) Ecrire sous la forme a $\sqrt{3}$, avec a le plus petit entier possible : $B = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{108}$	$B = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{9\times3} + 4\sqrt{36\times3}$ $= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{9}\times\sqrt{3} + 4\sqrt{36}\times\sqrt{3}$ $= 2\sqrt{3} - 5\times3\times\sqrt{3} + 4\times6\times\sqrt{3}$ $= 2\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 24\sqrt{3}$ $= 11\sqrt{3}$
3) Résoudre l'équation suivante : $(-3x+1)(7x-2) = 0$ Si $A\times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$	$-3x+1 = 0$ ou $7x-2 = 0$ $-3x = -1$ ou $7x = 2$ $x = \frac{1}{3}$ ou $x = \frac{2}{7}$ $S = \{\frac{1}{3} ; \frac{2}{7}\}$
4) Calculer et simplifier : $C = (3\sqrt{2} - 2)^2$	$C = (3\sqrt{2})^2 - 2\times3\sqrt{2}\times2 + 2^2$ $= 9\times2 - 6\times2\sqrt{2} + 4$ $= 22 - 12\sqrt{2}$
5) Résoudre l'équation $25x^2 = 49$	$25x^2 - 49 = 0$ $(5x)^2 - 7^2 = 0$ $(5x+7)(5x-7) = 0$ Si $A\times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$ $5x+7 = 0$ ou $5x - 7 = 0$

$5x = -7$ ou $5x = 7$

$x = -\frac{7}{5}$ ou $x = \frac{7}{5}$

$S = \{-\frac{7}{5} ; \frac{7}{5}\}$

1 1 1 1 1

Exercice 4 : $f(x) = -5x^2 + 2x - 3$

1) $f(-2) = -5\times(-2)^2 + 2\times(-2) - 3$
$= -20 - 4 - 3$
$= \boxed{-27}$

2) $f\left(\frac{2}{3}\right) = -5\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2\times\frac{2}{3} - 3$
$= -5\times\frac{4}{9} + \frac{4}{3} - 3$
$= -\frac{20}{9} + \frac{12}{9} - \frac{27}{9}$
$= \boxed{-\frac{35}{9}}$

3) $M(4 ; -75)$

On a $f(4) = -5\times4^2 + 2\times4 - 3$
$= -5\times16 + 8 - 3$
$= -80 + 5$
$= -75 = y_M$

donc M est situé sur la courbe représentative de f

4) M est situé sur la courbe représentative de f.

$M(\sqrt{2} ; f(\sqrt{2}))$

avec $f(\sqrt{2}) = -5\times(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} - 3$
$= -5\times2 - 3 + 2\sqrt{2}$
$= -13 + 2\sqrt{2}$

Donc $y_M = -13 + 2\sqrt{2}$

5) $P(x_p ; -3)$ P est un point situé sur la courbe de f.

Alors : $-5x_p^2 + 2x_p - 3 = -3$

d'où $-5x_p^2 + 2x_p = 0$

$x_p(-5x_p + 2) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul. D'où $x_p = 0$ ou $-5x_p + 2 = 0$

c'est-à-dire $x_p = 0$ ou $-5x_p = -2$

$x_p = 0$ ou $x_p = \frac{2}{5}$

Les abscisses possibles sont : 0 ; $\frac{2}{5}$

6) a) $-5\left(x - \frac{1}{5}\right)^2 - \frac{14}{5} = -5\left(x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}\right) - \frac{14}{5}$
$= -5x^2 + 2x - \frac{1}{5} - \frac{14}{5}$
$= \underline{-5x^2 + 2x - 3}$

b) D'après le calcul effectué en a),

$$\underline{f(x) = -5\left(x - \frac{1}{5}\right)^2 - \frac{14}{5}}$$

c) $f(x) = -\frac{14}{5}$ équivaut à $-5\left(x-\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{14}{5} = -\frac{14}{5}$

d'où : $-5\left(x - \frac{1}{5}\right)^2 = 0$

Ce qui équivaut à $x - \frac{1}{5} = 0$ c'est-à-dire $\underline{x = \frac{1}{5}}$ $\boxed{S = \left\{\frac{1}{5}\right\}}$

d) Résoudre $f(x) = -\frac{14}{5}$ revient à <u>chercher les antécédents de $-\frac{14}{5}$ par f.</u>