

Seconde 2

Correction du contrôle de géométrie plane

(Fait le 15/01/15)

(1)

Exercice (1):

1) a) Soit M milieu de $[CD]$: $x_M = \frac{x_C + x_D}{2}$, $y_M = \frac{y_C + y_D}{2}$
b) $GH = \sqrt{(x_H - x_G)^2 + (y_H - y_G)^2}$

2) $E(0, 3)$ $F(5, 1)$ $G(-2, -2)$

a)

$$\begin{aligned} EF &= \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} \\ &= \sqrt{(5 - 0)^2 + (1 - 3)^2} \\ &= \sqrt{25 + 4} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FG &= \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 5)^2 + (-2 - 1)^2} \\ &= \sqrt{49 + 9} \\ &= \sqrt{58} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EG &= \sqrt{(x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-2 - 3)^2} \\ &= \sqrt{4 + 25} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

b) $FG^2 = 58$

$$EF^2 + EG^2 = 29 + 29 = 58$$

D'où:

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en E.

c) D'après le 2a), $EF = EG$

Donc, par conséquent,

le triangle EFG est rectangle et isocèle en E

d) Comme le triangle EFG est rectangle en E, le centre du cercle circonscrit à ce triangle est coïncide au milieu de l'hypoténuse.

C'est-à-dire : le milieu de $[FG]$.

Soit M le milieu de $[FG]$.

$$x_M = \frac{x_F + x_G}{2} = \frac{5 + (-2)}{2} = \frac{3}{2} ; y_M = \frac{y_F + y_G}{2} = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2}$$

Donc le centre du cercle circonscrit au triangle EFG a pour coordonnées:

$$\left(\frac{3}{2} ; -\frac{1}{2} \right)$$

Exercice (2)

1) La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

2) Les trois médianes d'un triangle sont concourantes et le point de concours est le centre de gravité du triangle.

3) Un losange est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur.

Exercice (3)

$$R(-4, -1) \quad S(-1, -3) \quad T(3, 3) \quad U(0, 5)$$

$[RT]$ est une diagonale de $RSTU$:

$$\text{Soit } M \text{ le milieu de } [RT]: x_M = \frac{x_R + x_T}{2} = \frac{-4 + 3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_M = \frac{y_R + y_T}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$\text{Donc } M(-\frac{1}{2}; 1)$$

$[SU]$ est la deuxième diagonale de $RSTU$

$$\text{Soit } N \text{ le milieu de } [SU]: x_N = \frac{x_S + x_U}{2} = \frac{-1 + 0}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_N = \frac{y_S + y_U}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1$$

$$\text{Donc } N(-\frac{1}{2}; 1)$$

$$\text{Donc } M = N$$

Or, un quadrilatère ayant ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme. Donc $RSTU$ est un parallélogramme.

$$\text{Calcul de } RS: RS = \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2} = \sqrt{(-1 - (-4))^2 + (-3 - (-1))^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$\text{Calcul de } ST: ST = \sqrt{(x_T - x_S)^2 + (y_T - y_S)^2} = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (3 - (-3))^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$$

$RS \neq ST$ donc $RSTU$ n'est ni un losange, ni un carré.

$$\text{Calcul de } RT: RT = \sqrt{(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$

$$\text{Or, } RT^2 = 65 \quad \text{et} \quad RS^2 + ST^2 = 13 + 52 = 65$$

Donc $RT^2 = RS^2 + ST^2$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RTS est rectangle en S . Donc $RSTU$ est un rectangle.