

Exercice (1):

1) $(1-x)(2x-3) > 2(2x-3)$

$(1-x)(2x-3) - 2(2x-3) > 0$

$(2x-3)(1-x-2) > 0$

$(2x-3)(-x-1) > 0$

$2x-3=0$

$x = \frac{3}{2}$

$-x-1=0$

$x = -1$

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $2x-3$	-	-	0	+
Signe de $-x-1$	+	0	-	-
Signe de $(2x-3)(-x-1)$	-	0	+	0

Donc $S =]-1; \frac{3}{2}[$

2) $\frac{2-3x}{2x-7} = 2$ Valeur interdite: $2x-7=0$

On va résoudre l'équation sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{7}{2}\}$. $x = \frac{7}{2}$

$\frac{2-3x}{2x-7} - 2 = 0$

$\frac{2-3x}{2x-7} - \frac{2(2x-7)}{2x-7} = 0$

$\frac{2-3x-4x+14}{2x-7} = 0$

$\frac{-7x+16}{2x-7} = 0$ et seulement si $-7x+16=0$

$x = \frac{16}{7}$

Donc $S = \{\frac{16}{7}\}$

3) $\frac{(9-x)(2x-5)}{3x+1} \leq 0$

Valeur interdite: $3x+1=0$

On va résoudre cette inéquation sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$. $x = -\frac{1}{3}$

$9-x=0$

$2x-5=0$

x	$-\infty$	$x = 9$ $-\frac{1}{3}$	$a = \frac{5}{2}$ 9	$+\infty$
Signe de $9-x$	+	+	+	0 -
Signe de $2x-5$	-	-	0 +	+
Signe de $3x+1$	-	0 +	+	+
Signe de l'expression	+	-	0 +	0 -

Donc:

$S =]-\frac{1}{3}; \frac{5}{2}] \cup [9; +\infty[$

Exercice (2):

(2)

1) Situation d'équiprobabilité:

a) $P(V) = \frac{350}{1470}$ (car 350 élèves ont été vaccinés sur les 1470 au total)

$\approx 0,238$

$P(G) = \frac{10}{100} = 0,1$ (d'après l'énoncé).

b) $\bar{V}$: "l'élève n'a pas été vacciné"

$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - \frac{350}{1470} = \frac{1470}{1470} - \frac{350}{1470} = \frac{1120}{1470} \approx 0,762$

2) a)

	V	$\bar{V}$	total
G	14	133	147
$\bar{G}$	336	987	1323
Total	350	1120	1470

Total des élèves vaccinés: 350

4% de 350 = $\frac{4 \times 350}{100} = 14$

b) E : "l'élève a été vacciné et il a eu la grippe"

$E = V \cap G$ $P(E) = P(V \cap G) = \frac{14}{1470} \approx 0,0095$

c) F : "l'élève a été vacciné ou il a eu la grippe"

$F = V \cup G$ $P(F) = P(V \cup G) = P(V) + P(G) - P(V \cap G)$
 $= \frac{350}{1470} + \frac{10}{100} - \frac{14}{1470}$
 $= \frac{336}{1470} + \frac{147}{1470} = \frac{483}{1470} \approx 0,329$

3) a) Les élèves vaccinés sont 350 en tout

$P(\text{"il a la grippe"}) = \frac{14}{350} = 0,04$

b) Les élèves non vaccinés sont 1120 en tout.

$P(\text{"il a la grippe"}) = \frac{133}{1120} \approx 0,119$

c) La probabilité d'avoir la grippe sachant qu'on est vacciné est inférieure à celle quand on ne l'est pas.

Le vaccin est donc efficace

Exercice (3):

1) a) $n=4$, $x=3$

	initialisation	1 ^{er} passage ds la boucle	2 ^{ème} passage ds la boucle	3 ^{ème} passage ds la boucle	4 ^{ème} passage ds la boucle
m	4	4	4	4	4
x	3	3	3	3	3
i	///	1	2	3	4
p	1	3	9	27	81

6) D'après le tableau de la question 1) a),
Si $n=4$, $x=3$, l'algorithme affiche $3^4=81$
De manière générale:
cet algorithme affiche : x^n

2) 32 000 €

a) Au bout d'un an après une perte de 10%.

Le prix devient alors: $32\,000 \times 0,9 = 28\,800$

Donc, au bout d'un an, le prix est de 28 800 €.

Calcul du prix au bout de deux ans :

$$28\,800 \times 0,9 = \underline{25\,920 \text{ €}}$$

b) on choisit: $x=0,9$ et $n=8$

avec P initialisée à 32 000.

L'algorithme affichera: $P \times 0,9^8 =$ Prix au bout de 8 ans.

Exercice (4):

1) $x = BM = DM$ donc $0 \leq x \leq 5$

$$2) \underline{A_{\text{ue}}(\text{CNPM})} = CM^2 = (5-x)^2 = \underline{25 - 10x + x^2}$$

$$\underline{A_{\text{ue}}(\text{ABM})} = \frac{AB \times BM}{2} = \frac{5 \times x}{2} = \underline{\frac{5}{2}x}$$

$$\underline{A_{\text{ue}}(\text{AND})} = \frac{AD \times DN}{2} = \frac{5x}{2} = \underline{\frac{5}{2}x}$$

$$3) A(x) = A_{\text{ue}}(\text{ABCD}) - (A_{\text{ue}}(\text{CNPM}) + A_{\text{ue}}(\text{ABM}) + A_{\text{ue}}(\text{AND}))$$

$$= 25 - (25 - 10x + x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}x)$$

$$= 10x - x^2 - 5x$$

$$\text{Donc } \underline{A(x) = -x^2 + 5x} \quad \text{pour } x \in [0; 5]$$

$$4) -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} = -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right) + \frac{25}{4}$$
$$= -x^2 + 5x = A(x)$$

$$\text{Donc: } \underline{A(x) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}}$$

5a)

C'est la forme canonique de A . Or, $A(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

D'ici, par identification:

(4)

$$\begin{cases} \alpha = -1 & (\text{on le savait déjà}) \\ \lambda = \frac{5}{2} \\ \beta = \frac{25}{4} \end{cases}$$

$\alpha < 0$, d'ici A est d'abord croissante, puis décroissante.

D'ici le tableau de variations suivant:

x	0	$\frac{5}{2}$	5
Variation de A	0	$\frac{25}{4}$	0

b) D'après l'étude des variations de A ,
 A est maximale pour $x = \frac{5}{2} = 2,5$ cm.
Il suffit donc de placer M à 2,5 cm de B .

c) sur $[2,5; 5]$, A est strictement décroissante.

$$\text{d'ici } A(2,9) > A(4,3)$$

Dans l'ordre croissant: la flèche de la figure ③ correspondant à $x = 4,3$ a une aire inférieure à l'autre.

$$\begin{aligned} \text{6) a) } A(x) &= \frac{21}{4} \text{ équivaut à } -(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{4} = \frac{21}{4} \\ &\text{c'est-à-dire } -(x - \frac{5}{2})^2 + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{On doit donc résoudre } 1 - (x - \frac{5}{2})^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 - (x - \frac{5}{2})^2 &= 0 \text{ équivaut à } (1 - (x - \frac{5}{2})) (1 + (x - \frac{5}{2})) = 0 \\ &\text{équivaut à } (-x + \frac{7}{2})(x - \frac{3}{2}) = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Si } A \times B = 0, \text{ alors } A = 0 \text{ ou } B = 0$$

$$\begin{aligned} \text{D'ici: } -x + \frac{7}{2} &= 0 & \text{ou } x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x &= \frac{7}{2} & \text{ou } x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Il y a 2 positions possibles pour M permettant d'obtenir une aire de $\frac{21}{4} \text{ cm}^2$

Sit à 3,5 cm de B

Sit à 1,5 cm de B

Exercice (5):

(5)

1) (d) est une droite oblique.

Son équation réduite est donc sous la forme $y = ax + b$.

(d) coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 1.

Donc: $b = 1$

Pour déterminer a , on considère deux points de cette droite

$M_1(-2; -2)$ et $M_2(0; 1)$

$$a = \frac{y_{M_2} - y_{M_1}}{x_{M_2} - x_{M_1}} = \frac{1 - (-2)}{0 - (-2)} = \frac{3}{2}$$

Par conséquent:

$$(d): y = \frac{3}{2}x + 1$$

2) a) $D(1; -\frac{8}{3})$ et $C(1; 6)$.

$x_D = x_C$, (DC) est donc une droite verticale.

$$\text{D'où (DC): } x = 1$$

b) $A(3; -4)$ et $B(-3; 0)$

$x_A \neq x_B$ et $y_A \neq y_B$ donc (AB) est une droite oblique

$$(AB): y = ax + b$$

$$\text{Calcul de } a: a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-4)}{-3 - 3} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{D'où (AB): } y = -\frac{2}{3}x + b$$

Calcul de b :

$$B \in (AB): \text{d'où } 0 = -\frac{2}{3} \times (-3) + b$$

$$b = -2$$

Donc:

$$(AB): y = -\frac{2}{3}x - 2$$

$$c) D(1; -\frac{8}{3}) : -\frac{2}{3} \times 1 - 2 = -\frac{2}{3} - \frac{6}{3} = -\frac{8}{3}$$

Donc $D \in (AB)$ (car ses coordonnées vérifient l'équation de (AB)).

d) Milieu de [AC]

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2 \quad y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-4 + 6}{2} = 1$$

$$\text{Donc } K(2; 1)$$

e). On travaille dans un repère orthonormal.

(6)

$$KB = \sqrt{(x_B - x_K)^2 + (y_B - y_K)^2}$$

$$= \sqrt{(-3-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{25+1} = \boxed{\sqrt{26}}$$

f) On admet que $KA = \sqrt{26}$ d'où $KA = KB$
comme K est le milieu de $\{AC\}$, $KA = KC$ } $KA = KB = KC$

Donc:

K est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

comme K est au milieu de $\{AC\}$, le triangle ABC est rectangle en B

3) $(\Delta): y = \frac{3}{2}x - 2$

a) $E \in (\Delta)$ et $y_E = 3$.

comme $E \in (\Delta)$: $y_E = \frac{3}{2}x_E - 2$

c'est-à-dire $3 = \frac{3}{2}x_E - 2$

$$5 = \frac{3}{2}x_E$$

$$x_E = 5 \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{10}{3}}$$

b) $F \in (\Delta)$ et $x_F = -2$

$F \in (\Delta)$: $y_F = \frac{3}{2}x_F - 2$

c'est-à-dire : $y_F = \frac{3}{2} \times (-2) - 2$
 $= \boxed{-5}$

c) Voir repère

d) Conjectures: il semblerait que $(d) \parallel (BC)$
et $(\Delta) \parallel (BC)$ } les 3 droites semblent parallèles entre elles.

Démonstration:

Tout d'abord (d) et (Δ) ont le même coefficient directeur $\left(= \frac{3}{2} \right)$ donc elles sont parallèles.

Soit $a_{(BC)}$: coefficient directeur de (BC)

$$a_{(BC)} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{6 - 0}{1 + 3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Donc: les 3 droites sont parallèles entre elles.

$$4) a) \begin{cases} 2x + 3y = -6 & \times 3 \\ 3x - 2y = 4 & \times (-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 9y = -18 \\ -6x + 4y = -8 & L_1 + L_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 9y = -18 \\ 13y = -26 \\ \begin{cases} 6x + 9(-2) = -18 \\ y = \frac{-26}{13} = -2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$S = \{(0; -2)\}$$

$$b) \begin{aligned} (AB) : y &= -\frac{2}{3}x - 2 \\ (A) : y &= \frac{3}{2}x - 2 \end{aligned}$$

$$a(AB) \neq a(A)$$

Sat $(x; y)$ les coordonnées de leur point d'intersection. donc (AB) et (A) sont sécantes.

$(x; y)$ vérifie le système :

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x - 2 & (\times 3) \\ y = \frac{3}{2}x - 2 & (\times 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = -2x - 6 \\ 2y = 3x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

c'est le système du 4 a).

Donc : $(0; -2)$ sont bien les coordonnées du point d'intersection de (AB) et (A) .

$$5) A_{\text{aire}}(ABC) = 26 \text{ cm}^2$$

K est le milieu de $[AC]$, $(TK) \perp (AB)$

d'où $(TK) \parallel (BC)$

TKA est donc une réduction de ABC dans le rapport $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{D'ci } \underline{Aire(TKA)} &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times Aire(ABC) \\ &= \frac{1}{4} \times 26 \\ &= \underline{6,5 cm^2} \end{aligned} \quad (8)$$