2nde | Sujet A | Devoir de mathématique : Contrôle bloqué

Fait le 04/12/14

1

Exercice (1) :

Partie (A) :

1) a) $f(0) = -2$ (vu dans le tableau de variations)

b) $f(-1) = f(1) = f(2) = 0$ – D'où 0 a trois antécédents par f : $\{-1 ; 1 ; 2\}$

2) a) Sur $[-1;2]$, $\max f = 0,6$ et il est atteint en $x = 1,5$

b) Sur $[-1;2]$, $\min f = -2$ et il est atteint en $x = 0$

3) Soit $x \in [0;2]$, comme $\max f = 0,6$, $f(x) \leq 0,6$
D'autre part, $f(0) = -2$
donc : $-2 \leq f(x) \leq 0,6$

4) a) $1,7 > 1,5$ et $1,8 > 1,5$, or, sur $[1,5;+\infty[$, f est décroissante
comme $1,7 < 1,8$ alors $f(1,7) > f(1,8)$

b) $0,5 \in [0;1]$, d'où $-2 \leq f(0,5) \leq 0$ et $1,8 < 2$ avec f décroissante sur $[1,5;+\infty[$, d'où $f(1,8) > f(2)$ avec $f(2) = 0$

D'où $f(0,5) \leq 0$ et $f(1,8) \geq 0$

Par conséquent : $f(0,5) \leq f(1,8)$.

Partie (B)

a) $f(1) = 0$ b) Antécédent de 1 par f : $-1,2$

c) Les solutions de $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.

$S = \{-1 ; 1 ; 2\}$

d) $f(x) > -1$: – on trace la droite horizontale à l'ordonnée -1
– Les solutions sont les abscisses des points de la courbe situés strictement au-dessus de la droite.

Donc $S =]-\infty ; -0,7[\cup]0,5 ; 2,3[$

e) – f est de signe positif lorsque la courbe de f est au-dessus de l'axe des abscisses
– f est de signe négatif lorsque la courbe de f est en dessous de l'axe des abscisses

D'où : $\boxed{\begin{array}{l} f(x) \geq 0 \text{ pour } x \in]-\infty ; -1] \cup [1 ; 2] \\ f(x) < 0 \text{ pour } x \in]-1 ; 1[\cup]2 ; +\infty[\end{array}}$

b) Tableau de variation :

x	$-\infty$		$-0{,}2$		$1{,}6$		$+\infty$
Variation de f		↘	$-2{,}1$	↗	$0{,}6$	↘	

Exercice 2 :

$f(x) = -2x+3$ $\quad A(-4 ; -5) \quad B(4 ; 11)$

1) $g(x) = ax+b$ (car g est affine) avec $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{11-(-5)}{4-(-4)} = \dfrac{16}{8} = 2$

D'où $g(x) = 2x+b$

Or, $A \in (AB)$, d'où $-5 = 2\times(-4)+b$ d'où $b = 3$

Par conséquent : $g(x) = 2x+3$

2) Voir graphique

3) $f(x) = g(x)$: $-2x+3 = 2x+3$

d'où $x = 0$

Les deux droites se coupent en un point d'abscisse nulle.

Plus précisément : $C(0 ; 3)$ est leur point d'intersection

Exercice 3 :

1) Nombre d'adhérents ayant 16 ans $= 30 - (7+8+3+7)$
$= \boxed{5}$

2)

Age	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans	18 ans	Total
Nbre d'adhérents	7	8	5	3	7	30
ECC	7	15	20	23	30	

3) $\bar{x} = \dfrac{7\times14+8\times15+5\times16+3\times17+7\times18}{30} = 15{,}8$

4) Pourcentage $= \dfrac{15}{30}\times100 = 50\,\%$

5) Il y a 30 valeurs.

La médiane se situe donc entre la 15ème et la 16ème valeur lorsqu'elles sont rangées dans l'ordre croissant.

15ème note = 15 et 16ème note = 16

Donc la médiane $= \frac{15+16}{2} = 15,5$

- Position du 1er quartile : $\frac{30}{4} = 7,5$ - On prend la 8ème valeur.

Donc : $Q_1 = 15$

- Position du 3ème quartile : $\frac{3}{4} \times 30 = 22,5$ - on prend la 23ème valeur.

Donc $Q_3 = 17$

6)

a) Au moins 75% des adhérents ont moins de 17 ans : c'est faux.

b) Entre 15 et 17 ans : $\frac{8+5+3}{30} \times 100 = \frac{16}{30} \times 100 \simeq 53\ \% > 50\ \%$.

Affirmation vraie

Exercice 4.

1) Pour $x = 0$, $Y = 6 \times 0^2 = 0$, $Z = 2 \times 0 = 0$, $T = 3 \times 0 - 1 = -1$

L'algorithme affiche -1

Pour $x = -\frac{3}{2}$, $Y = 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = 6 \times \frac{9}{4} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 9}{\cancel{2} \times 2} = \frac{9 \times 3}{2} = \frac{27}{2}$

$Z = \cancel{2} \times \frac{27}{\cancel{2}} = 27$

$T = 3 \times 27 - 1 = 81 - 1 = 80$ - L'algorithme affiche 80

2) $Y = 6x^2$ $Z = 2Y = 12x^2$ et $T = 3Z - 1 = 36x^2 - 1$

Donc $f : x \longmapsto 36x^2 - 1$ est la fonction décrite par l'algorithme.

3) On doit résoudre : $36x^2 - 1 = 0$ d'où $(6x+1)(6x-1) = 0$

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$

d'où $6x + 1 = 0$ ou $6x - 1 = 0$

$x = -\frac{1}{6}$ $x = \frac{1}{6}$

Si on entre $-\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{6}$, l'algorithme affichera 0

Exercice 5.

$f(x) = (2x-1)^2 - 3(2x-1)(x-1)$

1a) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 3(2x^2 - 2x - x + 1)$

$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 6x^2 + 6x + 3x - 3$
$= \underline{-2x^2 + 5x - 2}$

b) $f(x) = (2x-1)\left(2x-1-3(x-1)\right)$
$= \underline{(2x-1)(-x+2)}$

2) a) $f(0) = -2\times 0^2 + 5\times 0 - 2$
$= -2$ (F2)

b) $f(x) = 0$
d'où $(2x-1)(-x+2) = 0$ (F3)
si $A\times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$
$2x - 1 = 0$ ou $-x + 2 = 0$
$x = \frac{1}{2}$ ou $x = 2$
$\underline{S = \left\{\frac{1}{2} ; 2\right\}}$

c) $f(2) = (2\times 2 - 1)\underbrace{(2-2)}_{=0}$ (F3)
$= 0$

d) Antécédents de -2 par f : $f(x) = -2$

on a : $-2x^2 + 5x - \cancel{2} = -\cancel{2}$ d'où $-2x^2 + 5x = 0$
$x(-2x+5) = 0$
Si $A\times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$
$x = 0$ ou $-2x + 5 = 0$
$x = 0$ ou $x = \frac{5}{2}$

$\underline{S = \left\{0 ; \frac{5}{2}\right\}}$

e) $f(x) = x - 2$ d'où : $(2x-1)(2-x) = x - 2$
$(2x-1)(2-x) - (x-2) = 0$
$(2x-1)(2-x) + (2-x) = 0$
$(2-x)(2x-1+1) = 0$
$(2-x)(2x) = 0$
si $A\times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$
$2 - x = 0$ ou $2x = 0$
$x = 2$ ou $x = 0$

$\underline{S = \{0 ; 2\}}$

Exercice 6 :

a) $v = 6$ km/h. On $d = v\times t = 6\times 2 = \underline{12 \text{ km}}$. Les coordonnées de A sont $(120 ; 12)$

b) Abscisse de B = 150. On a $y_B = y_A$ d'où $y_B = 12$ $\underline{B(150 ; 12)}$

c) BC : correspond au trajet retour. Or, à l'aller la distance parcourue était de 12 km.
Donc, à l'arrivée en C, la distance parcourue est de $12\times 2 = 24$ km.
Donc $\underline{C(180 ; 24)}$

d) $O(0 ; 0)$ $A(120 ; 12)$

calcul du coefficient directeur de (OA) :

$a = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$

comme O est l'origine, f est linéaire

Donc $f(x) = \frac{1}{10}x$

e) [AB] segment horizontal donc $g(x) = $ constante
$= 12$ car $y_A = y_B = 12$

$g(x) = 12$

Pour [BC] : $h(x) = \frac{2}{5}x - 48$

f) - Au bout de 80 min :

le marcheur se déplace à 6 km/h.

D'où $d = v \times t = 6 \times 1,3 = 7,8$ km $\simeq 8$ km
(car 80 min = 1h20 min $\simeq$ 1,3 h)

ou bien : $f(80) = \frac{1}{10} \times 80 = 8$ km.

Au bout de 160 min :

- De O à A : distance parcourue = 12 km
- A partir de B jusqu'au point d'abscisse 160 min :

$h(160) = \frac{2}{5} \times 160 - 48 = 64 - 48 = 16$

Donc la distance parcourue au bout de 160 min est de 16 km