

1

Exercice 1:

1) M milieu de  $\{AB\}$  : 
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \quad \begin{matrix} 2) \\ AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ \text{distance AB.} \end{matrix}$$

Exercice 2:  $A(-1; 4)$   $B(2; 5)$   $C(0; -1)$   $D(3; -2)$

1) M milieu de  $\{AB\}$  : 
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 5}{2} = \frac{9}{2} \end{cases} \quad \text{d'où } M\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

N milieu de  $\{CD\}$  : 
$$\begin{cases} x_N = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0 + 3}{2} = \frac{3}{2} \\ y_N = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{-1 - 2}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{d'où } N\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

2)  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (5 - 4)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-2 - (-1))^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

3) Voir représentation graphique.

Exercice 3:  $E(1; 4)$   $F(3; -1)$   $G(8; 1)$

1) a)  $EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-1 - 4)^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$

$FG = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2} = \sqrt{(8 - 3)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$

b) On a  $EF = FG$ , d'où  $EFG$  est un triangle isocèle en  $F$

2) On sait que :  $EF = FG = \sqrt{29}$

Calculons  $EG$  :  $EG = \sqrt{(x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2} = \sqrt{(8 - 1)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$

On a :  $EG^2 = 58$  d'une part, et  $EF^2 + FG^2 = 29 + 29 = 58$

Nous :  $EG^2 = EF^2 + FG^2$  la réciproque du théorème de

Pythagore est vérifiée. Donc :  $EFG$  est rectangle en  $F$

(En fait,  $EFG$  est un triangle rectangle et isocèle)

3)  $G$  est le symétrique de  $E$  dans la symétrie centrale de centre  $I$

$\Rightarrow I$  est le milieu de  $\{EG\}$  
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_E + x_G}{2} = \frac{1 + 8}{2} = \frac{9}{2} \\ y_I = \frac{y_E + y_G}{2} = \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \quad \text{d'où } I\left(\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

#### Exercice (4):

(2)

$$A(-5; -1), B(1; -3), C(3; 3), D(-3; 5)$$

① Montrons que ABCD est un parallélogramme:

Soit M milieu de [AC] et N milieu de [BD]:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \\ y_M &= \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1 \end{aligned} \right\} M(-1; 1) \quad \left| \quad \begin{aligned} x_N &= \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{1 + (-3)}{2} = -1 \\ y_N &= \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1 \end{aligned} \right. \quad \text{d'où } N(-1; 1)$$

$$\text{D'où } M = N$$

Or, un quadrilatère ayant ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

D'où ABCD est un parallélogramme

② Montrons que ABCD est un losange:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(1 - (-5))^2 + (-3 - (-1))^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (3 - (-3))^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40}$$

Or, un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux est un losange.

Donc: ABCD est un losange

③ Montrons que ABCD est un rectangle:

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(3 - (-5))^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (5 - (-3))^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80}$$

Or, un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle.

Donc: ABCD est un rectangle

ABCD est donc un losange et un rectangle: ABCD est un carré