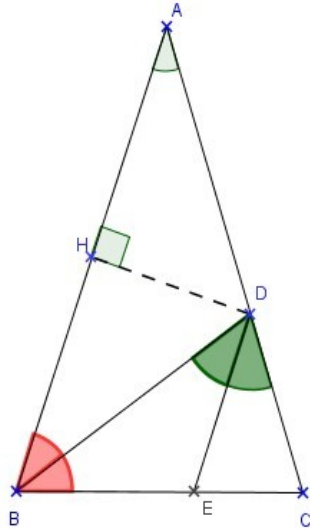


Partie I :

ABC est un triangle isocèle en A, $\widehat{BAC} = 36^\circ$ et $BC = 4$ cm. La bissectrice de $\widehat{ABC}$ coupe [AC] en D et celle de $\widehat{BCD}$ coupe [BC] en E.

- 1) Faites une figure précise en prenant $BC = 4$ cm.
- 2) a) Démontrer que les triangles ADB, DBC, EDC et BDE sont isocèles.
b) En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.



- 3) On pose $AB = AC = x$
 - a) Démontrer que $DC = x - 4$ et que $EC = 8 - x$
 - b) A l'aide du théorème de Thalès, montrer que : $\frac{8-x}{4} = \frac{x-4}{x}$
 - c) En déduire que $(x-2)^2 = 20$ et que $x = 2 + 2\sqrt{5}$
- 4) On projette orthogonalement D en H sur [AB].
Démontrer que $\cos 36^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$

Partie II :

Un pentagone régulier est un polygone régulier à cinq côtés.

(C) est un cercle de centre O et de rayon 4 cm, [AB] est un diamètre. I est le milieu de [OA] et le rayon [OC] est perpendiculaire au diamètre [AB]. Le cercle de centre I passant par C coupe [OB] en J et le cercle de centre C passant par J coupe le cercle (C) en M.

- 1) a) Calculer la valeur exacte de CI et en déduire que : $OJ = 2\sqrt{5} - 2$
b) Démontrer que $CJ = CM = 2\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$
- 2) On note K le projeté orthogonal de O sur [CM]
 - a) Pourquoi K est-il le milieu de [CM] ?
 - b) Démontrer que $OK = 1 + \sqrt{5}$ et que $\cos \widehat{COK} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$
 - c) En tenant compte du résultat de la question 4 de la partie I, en déduire que $\widehat{COM} = 72^\circ$ et que [CM] est le côté d'un pentagone régulier inscrit dans le cercle (C).
- 3) a) Refaire la figure précédente en prenant 4 cm comme rayon du cercle (C).
b) Connaissant CM, terminer la construction du pentagone régulier.