

- Calculatrice interdite

- Durée : 45 min

Exercice 1 :

A l'aide d'un tableau de signes et en détaillant les étapes, résoudre les inéquations suivantes :

1) $(3x+1)(7x-2) \geq 0$	$3x+1 \geq 0$ $3x \geq -1$ $x \geq -\frac{1}{3}$ $7x-2 \geq 0$ $7x \geq 2$ $x \geq \frac{2}{7}$ Donc $S =]-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{7}; +\infty[$	<table border="1"> <tr> <th>x</th><th>$-\infty$</th><th>$-\frac{1}{3}$</th><th>$\frac{2}{7}$</th><th>$+\infty$</th></tr> <tr> <td>signe de $3x+1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr> <td>signe de $7x-2$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>signe de $(3x+1)(7x-2)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$+\infty$	signe de $3x+1$	-	0	+	+	signe de $7x-2$	-	-	0	+	signe de $(3x+1)(7x-2)$	+	0	-	+
x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$+\infty$																		
signe de $3x+1$	-	0	+	+																		
signe de $7x-2$	-	-	0	+																		
signe de $(3x+1)(7x-2)$	+	0	-	+																		
2) $(-5x+1)(x-4) < 0$	$-5x+1 \geq 0$ $-5x \geq -1$ $x \leq \frac{1}{5}$ $x-4 \geq 0$ $x \geq 4$ Donc: $S =]-\infty; \frac{1}{5}] \cup [4; +\infty[$	<table border="1"> <tr> <th>x</th><th>$-\infty$</th><th>$\frac{1}{5}$</th><th>4</th><th>$+\infty$</th></tr> <tr> <td>signe de $-5x+1$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr> <td>signe de $x-4$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>signe de $(-5x+1)(x-4)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	4	$+\infty$	signe de $-5x+1$	+	0	-	-	signe de $x-4$	-	-	0	+	signe de $(-5x+1)(x-4)$	-	0	+	-
x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	4	$+\infty$																		
signe de $-5x+1$	+	0	-	-																		
signe de $x-4$	-	-	0	+																		
signe de $(-5x+1)(x-4)$	-	0	+	-																		
3) $\frac{4x+9}{7x-2} > 0$ valeur interdite: $7x-2=0$ $x = \frac{2}{7}$ on résoud sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{7}\}$	$4x+9 \geq 0$ $4x \geq -9$ $x \geq -\frac{9}{4}$ $7x-2 \geq 0$ $7x \geq 2$ $x \geq \frac{2}{7}$ Donc: $S =]-\infty; -\frac{9}{4}] \cup [\frac{2}{7}; +\infty[$	<table border="1"> <tr> <th>x</th><th>$-\infty$</th><th>$-\frac{9}{4}$</th><th>$\frac{2}{7}$</th><th>$+\infty$</th></tr> <tr> <td>signe de $4x+9$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr> <td>signe de $7x-2$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>signe de $\frac{4x+9}{7x-2}$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{2}{7}$	$+\infty$	signe de $4x+9$	-	0	+	+	signe de $7x-2$	-	-	0	+	signe de $\frac{4x+9}{7x-2}$	+	0	-	+
x	$-\infty$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{2}{7}$	$+\infty$																		
signe de $4x+9$	-	0	+	+																		
signe de $7x-2$	-	-	0	+																		
signe de $\frac{4x+9}{7x-2}$	+	0	-	+																		

Exercice 2 :

On considère les quatre expressions suivantes :

$$A(x) = 49x^2 - 1, B(x) = (7x+1)(x-5), C(x) = 45x^2 - 17x - 6 \text{ et } D(x) = (2x+3)^2 - (6x-5)^2$$

1) Résoudre l'équation $B(x) = 0$

$$B(x) = 0 \Leftrightarrow (7x+1)(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x+1=0 \text{ ou } x-5=0$$

$$\Leftrightarrow 7x=-1 \text{ ou } x=5$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{7} \text{ ou } x=5$$

donc $S = \{-\frac{1}{7}; 5\}$

$$2) \text{ Factoriser } A(x) = (7x)^2 - 1^2 = (7x+1)(7x-1)$$

3) a) Montrer que $C(x) = (9x+2)(5x-3)$

$$(9x+2)(5x-3) = 45x^2 - 27x + 10x - 6$$

$$= 45x^2 - 17x - 6 = C(x)$$

Donc $C(x) = (9x+2)(5x-3)$

b) Résoudre $C(x) = 0$

On utilise la forme factorisée :

$$(9x+2)(5x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x+2=0 \text{ ou } 5x-3=0$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{2}{9} \text{ ou } x=\frac{3}{5}$$

donc $S = \{-\frac{2}{9}; \frac{3}{5}\}$

4) Développer et réduire D(x):

$$\begin{aligned}
 D(x) &= (2x+3)^2 - (6x-5)^2 \\
 &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - ((6x)^2 - 2 \times 6x \times 5 + 5^2) \\
 &= 4x^2 + 12x + 9 - (36x^2 - 60x + 25) \\
 &= 4x^2 + 12x + 9 - 36x^2 + 60x - 25 = \underline{-32x^2 + 72x - 16}
 \end{aligned}$$

5) On pose E(x) = A(x) + B(x)

Après avoir factorisé E(x), résoudre E(x) = 0

$$\begin{aligned}
 E(x) &= 49x^2 - 1 + (7x+1)(x-5) \\
 &= (7x)^2 - 1^2 + (7x+1)(x-5) \\
 &= (7x+1)(7x-1) + (7x+1)(x-5) \\
 &= (7x+1)(7x-1+x-5) \\
 &= (7x+1)(8x-6)
 \end{aligned}$$

Exercice 3 :

Compléter le tableau suivant :

Calculs et réponses

1) Soit $f(x) = x^2 - 3x + 1$ Calculer $f(-3)$	$ \begin{aligned} f(-3) &= (-3)^2 - 3 \times (-3) + 1 \\ &= 9 + 9 + 1 = \underline{19} \end{aligned} $
2) Résoudre l'équation $7x^2 = -2$	$ 7x^2 \geq 0 \text{ donc cette équation est impossible} \\ \boxed{S = \emptyset} $
3) Simplifier $3\sqrt{5} + 2\sqrt{20}$	$ \begin{aligned} 3\sqrt{5} + 2\sqrt{4 \times 5} &= 3\sqrt{5} + 2 \times 2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \\ &= \boxed{7\sqrt{5}} \end{aligned} $
4) Calculer et simplifier au maximum : $ \begin{aligned} &9 + \frac{2}{3} - \frac{5}{12} \\ &\frac{9 + \frac{2}{3} - \frac{5}{12}}{9 - \frac{2}{3} + \frac{5}{12}} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} 9 + \frac{2}{3} - \frac{5}{12} &= \frac{108}{12} + \frac{8}{12} - \frac{5}{12} \\ 9 - \frac{2}{3} + \frac{5}{12} &= \frac{108}{12} - \frac{8}{12} + \frac{5}{12} \\ &= \frac{\frac{111}{12}}{\frac{105}{12}} = \frac{111}{12} \times \frac{12}{105} = \frac{3 \times 37}{3 \times 35} = \boxed{\frac{37}{35}} \end{aligned} $