Première S	**Révisions sur la forme canonique**	Année scolaire 2012/2013

On considère une fonction trinôme du second degré écrite de manière générale sous la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ avec } a \neq 0$$

On cherche à l'écrire sous sa forme canonique, c'est-à-dire :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

Exemples :

1) $f(x) = x^2 + 3x + 4$

Le coefficient a est égal à 1 ici.

On essaie de voir $x^2 + 3x$ comme le début d'une identité remarquable du type $(a + b)^2$

On a $(x + \frac{3}{2})^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{3}{2} + \frac{9}{4}$

$= x^2 + 3x + \frac{9}{4}$

D'où : $x^2 + 3x = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4}$

Alors : $f(x) = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + 4$

$= (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + \frac{16}{4}$

Donc :

$$\boxed{f(x) = (x + \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4}}$$

Alors $\alpha = -\frac{3}{2}$ et $\beta = \frac{7}{4}$

2) $g(x) = 3x^2 - 5x + 1$

Le coefficient a est égal à 3 ici.

On commence par le mettre en facteur :

$g(x) = 3(x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{1}{3})$. Puis, dans la parenthèse, on essaie de voir $x^2 - \frac{5}{3}x$ comme le début d'une identité remarquable du type : $(a - b)^2$

$(x - \frac{5}{6})^2 = x^2 - 2 \times x \times \frac{5}{6} + (\frac{5}{6})^2$

$= x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{25}{36}$

D'où : $x^2 - \frac{5}{3}x = (x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{36}$

Alors : $g(x) = 3[(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{36} + \frac{1}{3}] = 3[(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{36} + \frac{12}{36}]$

$= 3[(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{13}{36}]$

Donc :

$$\boxed{g(x) = 3(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{13}{12} \quad (\text{alors } \alpha = \frac{5}{6} \text{ et } \beta = -\frac{13}{12})}$$