

– Calculatrices autorisées

Exercice 1 :

On se place dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  du plan. On considère les cinq points suivants :

$A(-3;5)$ ,  $B(2;1)$ ,  $C(7;-3)$ ,  $D(6; -1)$  et  $E(10; -\frac{21}{5})$

- 1) Montrer soigneusement que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés.
- 2) A-t-on  $(AB) // (DE)$  ? Le démontrer.
- 3) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .
- 4) Donner trois vecteurs directeurs **distincts** de la droite  $(CD)$ .
- 5) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(d)$  telle que  $(d) // (CD)$  et  $A \in (d)$ .

Exercice 2 :

Soit  $ABCD$  un trapèze tel que  $(AB) // (CD)$ . On appelle  $M$ , le point d'intersection des droites  $(AD)$  et  $(BC)$ .

$I$  est le milieu de  $[AB]$ ,  $J$  celui de  $[CD]$ .  $K$  est le point d'intersection des diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$ .

*On souhaite démontrer que les points  $M$ ,  $I$ ,  $J$ , et  $K$  sont alignés.*

- 1) Justifier que  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  est un repère.
- 2) Déterminer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $D$  et  $I$  dans ce repère.
- 3) On appelle  $a$  l'abscisse du point  $C$  dans ce repère. Déterminer en fonction de  $a$  les coordonnées de  $C$  et de  $J$ .
- 4) Donner une équation cartésienne de la droite  $(BC)$  et en déduire les coordonnées du point  $M$ .
- 5) Montrer que les points  $M$ ,  $I$  et  $J$  sont alignés.
- 6) Déterminer une équation cartésienne de  $(BD)$  et de  $(AC)$ . En déduire les coordonnées du point  $K$ .
- 7) Conclure.

Exercice 3 : (Droite d'Euler)

On considère  $ABC$  un triangle. On note  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ , les milieux respectifs des côtés  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$ .  $O$  est le centre de son cercle circonscrit.

- 1) On appelle  $H$ , le point défini par  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ 
  - a) Faire une figure
  - b) Démontrer que  $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OA'}$
  - c) Montrer que  $(AH) \perp (BC)$
  - d) Quelles autres relations peut-on écrire également ?
  - e) Quelle propriété des trois hauteurs d'un triangle vient-on de démontrer ?
- 2) Appelons  $G$ , le centre de gravité du triangle  $ABC$ .

*On rappelle que  $G$  est le point de concours des trois médianes de ce triangle.*

On peut également définir  $G$  comme l'unique point vérifiant l'égalité :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Démontrer que  $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$ .

Que peut-on alors en déduire pour les points  $O$ ,  $H$  et  $G$  ?