Correction partielle
du contrôle commun ($1^{ère}$ S)
(avril 2012).

①

Exercice ①:

	Valeur de P	Valeur de U	Valeur de S
Initialisation	0	4	4
Etape 1	1	$4+2=6$	$4+6=10$
Etape 2	2	$4+2\times2=8$	$10+8=18$
Etape 3	3	$4+2\times3=10$	$18+10=28$
Etape 4	4	$4+2\times4=12$	$28+12=40$
Etape 5	5	$4+2\times5=14$	$40+14=54$
Affichage			54

2) $\begin{cases} u_{n+1}=u_n+2 \\ u_0=4 \end{cases}$

a) $u_1=u_0+2=2+4=\boxed{6}$ $\quad u_2=u_1+2=6+2=\boxed{8}$

Soit $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}-u_n=2$ donc (u_n) est arithmétique de raison 2

b) $u_n=u_0+nr=\underline{4+2n}$ $\quad u_{21}=u_0+21\times2$
$=4+42=\boxed{46}$

3) S est la somme des N+1 premiers termes de cette suite.

La somme quand $N=21$ = somme quand $N=20+u_{21}$
$=504+46=\boxed{550}$ car $u_{21}=46$

4) N entier quelconque.

$$S=U_0+U_1+\dots+U_n=\text{nombre de termes}\times\frac{1^{er}\text{ terme}+\text{dernier terme}}{2}$$
$$=(N+1)\times\frac{4+u_N}{2}$$

Exercice ②:

I) 1) $f(-1)=\underline{4}$. $f'(-1)=\underline{0}$ car la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1 est horizontale.

$f(0) = \boxed{2}$ - $f'(0)$: coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 (2)

$$f'(0) = \frac{5-(-1)}{-1-1} = \frac{6}{-2} = \boxed{-3}$$

$f(2) = \boxed{4}$ $f'(2)$: coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2

$$f'(2) = \frac{4-(-5)}{2-1} = \frac{9}{1} = \boxed{9}$$

2) $(T_B) : y = f'(0)(x-0) + f(0) = \underline{-3x+2}$

II) f définie sur $[-5;2]$:

- Pour $x \in [-5;-3]$, f est strictement croissante ; c'est-à-dire f' est positive

Il n'y a que la 1) et le 4) qui vérifient cette condition.

- Pour $x \in [-3,1]$, f est strictement décroissante, c'est-à-dire f' est négative

C'est le cas encore pour la 1) et la 4).

En -5, la tangente à la courbe de f est oblique donc $f'(-5) \neq 0$

Donc <u>la représentation graphique de f' est la 1)</u>

Exercice (5).

Partie (A) : $I = [0;4]$. $f(x) = \frac{x-x^2}{x+1}$

1) f est dérivable sur I et on pose : $u(x) = x - x^2$. $v(x) = x+1$

$u'(x) = 1 - 2x$. $v'(x) = 1$

$$f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2} = \frac{(1-2x)(x+1)-(x-x^2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x+1-2x^2-2x-x+x^2}{(x+1)^2} = \underline{\frac{-x^2-2x+1}{(x+1)^2}}$$

2) Étude du signe de $-x^2-2x+1$:

$\Delta = 4+4 = 8 > 0$ donc le binôme a 2 racines : $x_1 = \frac{2+\sqrt{8}}{-2} = \frac{2+2\sqrt{2}}{-2}$

$= \underline{-1-\sqrt{2}}$

$x_2 = \frac{2-\sqrt{8}}{-2} = \underline{-1+\sqrt{2}}$

$-x^2-2x+1 \leq 0$ pour $x \in]-\infty;-1-\sqrt{2}] \cup [-1+\sqrt{2};+\infty[$

et $-x^2-2x+1 \geq 0$ pour $x \in [-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}]$

D'où le tableau de variation de f :

x	0		$-1+\sqrt{2}$		4
signe de f'		$+$	0	$-$	
Variations de f	0	$\nearrow$	$3-2\sqrt{2}$	$\searrow$	$-\frac{12}{5}$

$$f(4) = \frac{4-16}{4+1} = \frac{-12}{5}$$

$$f(-1+\sqrt{2}) = \frac{-1+\sqrt{2}-(-1+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}} = \frac{-1+\sqrt{2}-1-2+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-4+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{2}+6}{2} = 3-2\sqrt{2}$$

3) On a : $-1+\sqrt{2} < 1$

Or, $3-2\sqrt{2}$ est le maximum de f sur $[0;4]$

Donc : pour tout $x \in [0;1]$, $0 \leq f(x) < 3-2\sqrt{2}$.

4) On doit résoudre $f(x) = 0$ c'est-à-dire : $\frac{x-x^2}{x+1} = 0$

$$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(1-x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$$

coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses :
$(0;0)$ et $(1;0)$

5) $(d) : y = f'(2)(x-2) + f(2)$. Or, $f'(2) = \frac{-2^2-2\times2+1}{(2+1)^2} = \frac{-4-4+1}{9} = \frac{-7}{9}$

et $f(2) = \frac{2-4}{2+1} = \frac{-2}{3}$

Donc : $(d) : y = \frac{-7}{9}(x-2) - \frac{2}{3} = -\frac{7}{9}x + \frac{14}{9} - \frac{6}{9}$

$$y = -\frac{7}{9}x + \frac{8}{9}$$

6) (T) parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x+3$

d'où $(T) : y = -\frac{1}{2}x + p$

Quand $\boxed{x=1}$, $f'(1) = \frac{-1-2+1}{4} = -\frac{1}{2}$ = coefficient directeur de (T)