

Exercice 1 :

a) $(5x - 3)(7x + 9) = 0$

Soit $5x - 3 = 0$ ou bien $7x + 9 = 0$

D'où : $x = \frac{3}{5}$ ou $x = -\frac{9}{7}$

Donc : $S = \left\{ \frac{3}{5} ; -\frac{9}{7} \right\}$

b) $49 - x^2 = 0$

C'est une expression sous la forme $a^2 - b^2$

D'où : $(7 + x)(7 - x) = 0$

$\Leftrightarrow 7 + x = 0$ ou $7 - x = 0$

$\Leftrightarrow x = -7$ ou $x = 7$

Donc : $S = \{-7 ; 7\}$

c) $3x^2 + 12x + 12 = 0$

Remarque : Si on met 3 en facteur, on obtient : $3(x^2 + 4x + 4) = 0$

Or, $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

D'où : $3(x + 2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Donc : $S = \{-2\}$

d) $5x^2 - 15x - 20 = 0$

$\Leftrightarrow 5(x^2 - 3x - 4) = 0$

Calcul de Δ = $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 9 + 16 = 25 > 0$

Donc l'équation admet deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{25}}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{25}}{2} = \frac{3 - 5}{2} = -1$$

Donc : $S = \{4 ; -1\}$

e) $-7x^2 + 3x - 6 = 0$

Calcul de Δ = $b^2 - 4ac = 9 - 4 \times (-7) \times (-6) = 9 - 162 < 0$

Donc : l'équation n'admet pas de solution réelle

Donc : $S = \emptyset$

Exercice 2 :

a) $f(x) = x^2 - 9x + 2$

$$= \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + 2$$

$$= \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + \frac{8}{4} = \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{73}{4}$$

$$\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{73}{4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } g(x) &= -2x^2 - 4x + 3 \\
 &= -2\left[x^2 + 2x - \frac{3}{2}\right] \quad (\text{Attention aux erreurs de signes !}) \\
 &= -2\left[(x+1)^2 - 1 - \frac{3}{2}\right] \\
 &= -2\left[(x+1)^2 - \frac{5}{2}\right] \\
 &= \\
 &\quad \boxed{-2[(x+1)^2 + 5]}
 \end{aligned}$$

Exercice 3 :

1) On appelle S le sommet de la parabole représentant h et S' celui de celle qui représente i :

Coordonnées de S :

$$\begin{aligned}
 - \text{ Abscisse} = \alpha &= \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \times (-2)} = \boxed{\frac{-1}{2}} \\
 - \text{ Ordonnée} = \beta &= h(\alpha) = h\left(\frac{-1}{2}\right) = -2x\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 2x\frac{-1}{2} + 12 \\
 &= \frac{-1}{2} + 1 + 12 \\
 &= \frac{-1}{2} + \frac{26}{2} = \boxed{\frac{25}{2}}
 \end{aligned}$$

D'où :

$$\boxed{S\left(\frac{-1}{2}; \frac{25}{2}\right)}$$

Coordonnées de S' :

$$\begin{aligned}
 - \text{ Abscisse} = \alpha &= \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-2} = \boxed{\frac{3}{2}} \\
 - \text{ Ordonnée} = \beta &= i(\alpha) = i\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{3}{2} - 2 \\
 &= -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} - \frac{8}{4} \\
 &= -\frac{17}{4} + \frac{18}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}
 \end{aligned}$$

D'où :

$$\boxed{S'\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)}$$

2) - La parabole est orientée vers le bas, donc le coefficient a du trinôme correspondant est négatif

$$- \text{ Les coordonnées du sommet sont } \left(\frac{-1}{2}; \frac{25}{2}\right)$$

- Calcul des racines du trinôme h : $\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 96 = 100 > 0$ d'où le trinôme

$$\text{admet deux racines : } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2+10}{-4} = -3 \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2-10}{-4} = 2$$

La parabole tracée représente bien le trinôme h