NOM :……………………………….Prénom :……………………..

CORRECTION Faite le .

Première 5S	**Devoir de maths (le dernier !!)** *Angles orientés / Produit scalaire*	Lundi 04/06/2018

- Calculatrice autorisée

Observations :

NOTE : **/20**

Exercice 1 : 9

Résoudre les équations suivantes sur les intervalles demandés en détaillant la rédaction :

1) $2\cos x = \sqrt{3}$ sur $[-\pi ;\pi[$

$\iff \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Résolution dans $\mathbb{R}$:

$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi ; -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$

4

Dans $[-\pi ; \pi[$:

$-\pi \leq \frac{\pi}{6} + 2k\pi < \pi$

$-\frac{7\pi}{6} \leq 2k\pi < \frac{5\pi}{6}$

$-\frac{7}{12} \leq k < \frac{5}{12}$

or, $k \in \mathbb{Z}$: seule possibilité $k = 0$

$\frac{\pi}{6} \in [-\pi ; \pi[$

$-\pi \leq -\frac{\pi}{6} + 2k\pi < \pi$

$-\frac{5\pi}{6} \leq 2k\pi < \frac{7\pi}{6}$

$-\frac{5}{12} \leq k < \frac{7}{12}$

or, $k \in \mathbb{Z}$, d'où $k = 0$ (seule possibilité). $-\frac{\pi}{6} \in [-\pi ; \pi[$

Donc l'équation n'admet que 2 solutions dans $[-\pi ; \pi[$

$\boxed{S = \left\{\frac{\pi}{6} ; -\frac{\pi}{6}\right\}}$

2) $1 + \sqrt{2}\sin x = 0$ sur $[0 ;4\pi]$

$\iff \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\frac{5\pi}{4}$

Résolution dans $\mathbb{R}$:

$S = \left\{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Dans $[0 ; 4\pi]$:

- $0 \leq -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq 4\pi$

$\frac{\pi}{4} \leq 2k\pi \leq \frac{17\pi}{4}$

$\frac{1}{8} \leq k \leq \frac{17}{8}$

5

or, $k \in \mathbb{Z}$, d'où 2 possibilités : $k = 1$ ou 2.

d'où $-\frac{\pi}{4} + 2\pi = -\frac{\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$

$-\frac{\pi}{4} + 4\pi = -\frac{\pi}{4} + \frac{16\pi}{4} = \frac{15\pi}{4}$

- $0 \leq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \leq 4\pi$

$-\frac{5\pi}{4} \leq 2k\pi \leq \frac{11\pi}{4}$

$-\frac{5}{8} \leq k \leq \frac{11}{8}$

or, $k \in \mathbb{Z}$, d'où $k = 0$ ou 1

$\frac{5\pi}{4} \in [0 ; 4\pi]$ et $\frac{5\pi}{4} + 2\pi = \frac{5\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{13\pi}{4}$

Cette équation admet donc 4 solutions dans $[0 ; 4\pi]$:

$S = \left\{\frac{7\pi}{4} ; \frac{15\pi}{4} ; \frac{5\pi}{4} ; \frac{13\pi}{4}\right\}$

NOM :………………………………..Prénom :………………………..

Exercice 2 : /5

Déterminer, en justifiant, les caractéristiques du cercle dont une équation sous forme développée est donnée par :

$$x^2 + y^2 - 5x + 6y + \frac{33}{4} = 0$$

$$x^2 - 5x + y^2 + 6y = -\frac{33}{4}$$

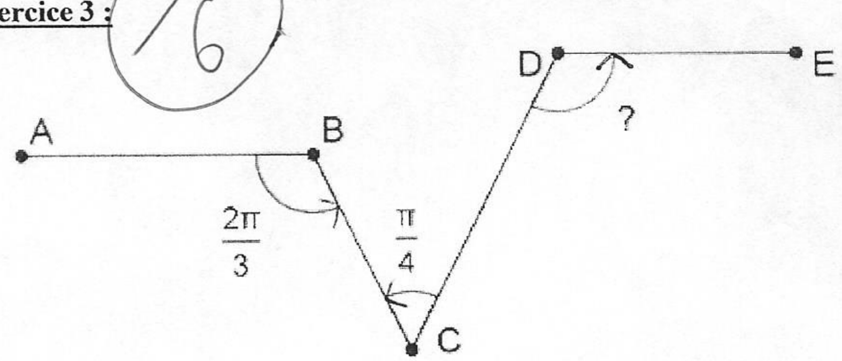
$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + (y+3)^2 - 9 = -\frac{33}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y+3)^2 = -\frac{33}{4} + \frac{25}{4} + \frac{36}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y+3)^2 = 7$$

Donc le cercle cherché est le cercle de centre $\Omega\left(\frac{5}{2} ; -3\right)$ et de rayon $\sqrt{7}$

Exercice 3 : /6



A partir des données de la figure, et sachant que (AB) // (DE), déterminer **soigneusement** la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{DE})$:

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}) \ [2\pi]$$

(relation de Chasles)

$$= (-\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + (-\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) + (-\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) \ [2\pi]$$

$$= (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \pi + (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) + \pi + (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) + \pi \ [2\pi]$$

(car $(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi \ [2\pi]$)

$$= \frac{2\pi}{3} + \cancel{\pi} + \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cancel{\pi} + (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) + \pi \ [2\pi]$$

$$= \frac{8\pi}{12} - \frac{3\pi}{12} + \frac{12\pi}{12} + (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) \ [2\pi]$$

$$= \frac{17\pi}{12} + (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) \ [2\pi]$$

Or, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE}) = 0 \ [2\pi]$

D'où $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) = -\frac{17\pi}{12} \ [2\pi]$

or $-\frac{17\pi}{12} \notin]-\pi ; \pi]$

$$-\frac{17\pi}{12} + 2\pi = -\frac{17\pi}{12} + \frac{24\pi}{12} = \frac{7\pi}{12} \in]-\pi ; \pi]$$

Donc la mesure principale de $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE})$ est $\frac{7\pi}{12}$