

Exercice ①: ⑧

1) $y = -x^2 - 8x + 9$

Résolvons $-x^2 - 8x + 9 > 0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 4 \times (-1) \times 9$$

$$= 64 + 36 = 100 > 0$$

Le trinôme admet donc deux racines distinctes:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 10}{-2} = -9$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 10}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

1,25

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines.

Or, $a = -1 < 0$

Donc $-x^2 - 8x + 9 > 0$ pour $x \in [-9; 1]$

C'est-à-dire la parabole est située au-dessus de l'axe des abscisses sur $[-9; 1]$

C'est donc vrai.

2) $A(-1; 4) \quad B(\sqrt{3}; 2) \quad C(1 + \sqrt{3}; 3 - \sqrt{3})$

$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$(\sqrt{3} + 1; 2 - 4)$

$(1 + \sqrt{3}; -2)$

$\vec{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$

$(1 + \sqrt{3} + 1; 3 - \sqrt{3} - 4)$

$(2 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3})$

$$x_{\vec{AB}} \times y_{\vec{AC}} = (1 + \sqrt{3}) \times (-1 - \sqrt{3}) = -(1 + \sqrt{3})^2 = -(1 + 2\sqrt{3} + 3) = -4 - 2\sqrt{3}$$

$$y_{\vec{AB}} \times x_{\vec{AC}} = -2 \times (2 + \sqrt{3}) = -4 - 2\sqrt{3}$$

On a: $x_{\vec{AB}} \times y_{\vec{AC}} = y_{\vec{AB}} \times x_{\vec{AC}}$, donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

De plus, ils ont un point en commun

Donc A, B et C sont alignés - C'est donc vrai.

3) $S = \overbrace{1+4+7+10+\dots}^{+3} + \overbrace{\dots+1000}^{+3}$: Il s'agit d'une somme de termes d'une suite arithmétique de raison 3 et de 1^{er} terme $u_0 = 1$

Déterminons le rang du terme = 1000

(2)

$$u_n = u_0 + n \cdot r \Leftrightarrow u_n = 1 + n \times 3 = 1000$$

(1,25)

$$\text{d'où } 3n = 999$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{999}{3} = 333$$

$$\text{d'où } u_{333} = 1000$$

$$S = n \text{ nombre de termes} \times \frac{1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2} \quad (\text{car la suite est arithmétique})$$

$$= 334 \times \frac{1 + 1000}{2}$$

$$S = \boxed{167\ 167} \quad \text{donc c'est vrai}$$

$$\begin{matrix} \times (-2) & \times (-2) & \times (-2) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix}$$

$$4) \quad S = 1 - 2 + 4 - 8 + \dots + 256 - 512$$

suite géométrique de raison -2 et de 1^{er} terme $u_0 = 1$

(1,5)

Rang du terme = -512:

$$u_n = u_0 \times q^n = 1 \times (-2)^n = -512$$

$$\Leftrightarrow (-2)^n = -512$$

$$\text{A la calculatrice, } (-2)^9 = -512$$

$$\text{d'où } n = 9$$

nombre de termes

$$S = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1 - \text{raison}}{1 - \text{raison}} = 1 \times \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)}$$

$$= \frac{1 - 2^{10}}{3} = -341$$

donc c'est vrai

5) a) $f'(-2)$: coefficient directeur de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au pt d'abscisse -2
c'est-à-dire au point B.

$$f'(-2) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{-5-1} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3} \neq -0,66$$



(0,75)

donc c'est faux

b) $f(0) = 0 \neq 4$: donc c'est faux

(0,5)

c) $f'(-5)$: coeff. direct de la tang. à $\mathcal{C}_f$ en A.

$$f'(-3) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{2} = 3 \text{ donc c'est vrai}$$

(0,5)

(3)

d) Eq de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au pt O

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$= f'(0)(x) + 0$$

(0,5)

$$\text{or, } f'(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{2} = -1$$

donc la tangente a pour équation réduite:

$$y = -1x = -x \text{ - c'est vrai}$$

e) $f'(4) =$ coeff. directeur de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ en $x=4$

$$\text{or, } f'(4) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{2} = 1 \neq 0$$

donc c'est faux.

(0,5)

Exercice (2): (6,5)

A(3;6) B(5;2)

(AB) admet pour équation réduite: $y = mx + p$

$$\text{avec } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-6}{5-3} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\text{Donc } y = -2x + p$$

(1)

$$\text{or, } A(3;6) \in (AB) \Leftrightarrow 6 = -2 \times 3 + p$$

$$\Leftrightarrow 12 = p$$

Donc: l'équation réduite de (AB) est $y = -2x + 12$

2) (d) a p vect directeur $\vec{u}(8;3)$ et $C(-4;1) \in (d)$

a) soit $M(x;y) \in (d)$

$\vec{CM}(x+4;y-1)$ - $\vec{CM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

(0,5)

$$\Leftrightarrow x_{\vec{CM}} \times y_{\vec{u}} = y_{\vec{CM}} \times x_{\vec{u}}$$

$$\Leftrightarrow (x+4) \times 3 = (y-1) \times 8 \Leftrightarrow 3x - 8y + 20 = 0$$

Equation cartésienne de (d)

b) E est le point d'intersection de (AB) et (d)

(4)

$$E(x; y): \begin{cases} y = -2x + 12 \\ 7x - 8y = -20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 12 \\ 7x - 8(-2x + 12) = -20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 12 \\ 19x = 96 - 20 = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \times 4 + 12 = 4 \\ x = \frac{76}{19} = 4 \end{cases}$$

$$\text{Donc } E(4; 4)$$

(1,5)

Or, soit M le milieu de [AB]:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6+2}{2} = 4$$

Donc E est le milieu de [AB]

Donc (CE) est la médiane issue de C du triangle ABC
(car elle passe par C et le milieu du côté opposé).

3) a) D milieu de [BC]:

$$x_D = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{5+(-4)}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_D = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Donc } D\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$\vec{AD}\left(\frac{1}{2} - 3; \frac{3}{2} - 6\right)$$

$$\left(-\frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right)$$

Soit $M(x; y) \in (AD)$:

$$\vec{AM}(x-3; y-6)$$

$\vec{AM}$ et $\vec{AD}$ sont colinéaires:

$$x_{\vec{AD}} \times y_{\vec{AM}} = y_{\vec{AD}} \times x_{\vec{AM}} \Leftrightarrow (x-3) \times \left(-\frac{9}{2}\right) = (y-6) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{5}{2}y + \frac{27}{2} - \frac{30}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{5}{2}y - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{-9x + 5y - 3 = 0} \text{ (Equation cartésienne de (AD))}$$

b) Comme D est le milieu de [BC], (AD) est la médiane issue de A du triangle ABC

Equation cartésienne de (CE):

$$\vec{CE}(4 - (-4); 4 - 1)$$

$$(8; 3)$$

Soit $M(x; y) \in (CE)$:

$$\vec{CM}(x+4; y-1)$$

$\vec{CE}$ et $\vec{CM}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow x_{\vec{CE}} \times y_{\vec{CM}} = y_{\vec{CE}} \times x_{\vec{CM}}$

$$\Leftrightarrow 8x(y-1) = 3(x+4)$$

$$\Leftrightarrow -3x + 8y - 8 - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{-3x + 8y - 20 = 0} \quad (\text{Equation cartésienne de (CE)})$$

Soit $G(x; y)$, centre de gravité du triangle ABC:

$(x; y)$ solution du système:

$$\begin{cases} -3x + 8y - 20 = 0 \\ -9x + 6y - 3 = 0 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow) \begin{cases} -3x + 8y = 20 \quad (x(-3)) \\ -9x + 6y = 3 \end{cases}$$

$$(\Leftrightarrow) \begin{cases} 9x - 24y = -60 \\ -9x + 6y = 3 \end{cases} \quad (19)$$

$$(\Leftrightarrow) \begin{cases} -3x + 8y = 20 \\ -19y = -57 \quad L_2 \leftarrow L_1 + L_2 \end{cases}$$

$$(\Leftrightarrow) \begin{cases} -3x = 20 - 8 \times 3 = 20 - 24 = -4 \\ y = \frac{57}{19} = 3 \end{cases}$$

$$(\Leftrightarrow) \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = 3 \end{cases}$$

Donc G a pour coordonnées $(\frac{4}{3}; 3)$

Exercice (3): (9)

$$f(x) = 0,25x^2 + 2$$

Partie (A):

1) Pour $h \neq 0$:

$$\begin{aligned} f(2+h) &= \frac{1}{4}(2+h)^2 + 2 \\ &= \frac{1}{4}(4 + 4h + h^2) + 2 \\ &= 1 + 2 + h + \frac{1}{4}h^2 \\ &= \frac{1}{4}h^2 + h + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau(h) &= \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\ &= \frac{\frac{1}{4}h^2 + h + 3 - \frac{1}{4} \times 2^2 - 2}{h} \\ &= \frac{\frac{1}{4}h^2 + h}{h} \\ &= \frac{h(\frac{1}{4}h + 1)}{h} = \frac{1}{4}h + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$\tau(h)$ admet une limite finie quand $h \rightarrow 0$, d'où f est dérivable en 2.

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \tau(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{4}h + 1 \right) = 1$$

2) $a \in \mathbb{R}$,

Pour $h \neq 0$:

$$\begin{aligned} \tau(h) &= \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\frac{1}{4}(a+h)^2 + 2 - \frac{1}{4}a^2 - 2}{h} = \frac{\frac{1}{4}(a^2 + 2ah + h^2) - \frac{1}{4}a^2}{h} \\ &= \frac{\frac{1}{2}ah + \frac{1}{4}h^2}{h} \\ &= \frac{h(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}h)}{h} \\ &= \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}h \end{aligned} \quad (1)$$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \tau(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}h \right) = \frac{1}{2}a$$

$$\text{donc } f'(a) = \frac{a}{2}, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$3) (T_a): y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

$$= \frac{a}{2}(x-a) + \frac{1}{4}a^2 + 2$$

d'où (T_a) a pour équation:

$$\boxed{y = \frac{a}{2}x - \frac{a^2}{4} + 2}$$

Partie (B):

(7)

1) $P(2; 0)$

$$P \in (Ta) \Leftrightarrow 0 = \frac{a}{2} \times 2 - \frac{a^2}{4} + 2$$

$$\Leftrightarrow 0 = a - \frac{1}{4}a^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow 0 = 4a - a^2 + 8$$

①

$$\Leftrightarrow \underline{a^2 - 4a - 8 = 0}$$

2) $\Delta = 16 - 4 \times 1 \times (-8)$

$= 48 > 0$, l'équation a 2 solutions distinctes.

①

$$a_1 = \frac{4 + \sqrt{48}}{2} = \frac{4 + 4\sqrt{3}}{2} = 2 + 2\sqrt{3}$$

$$a_2 = \frac{4 - \sqrt{48}}{2} = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{2} = 2 - 2\sqrt{3}$$

$$S = \{2 + 2\sqrt{3}; 2 - 2\sqrt{3}\}$$

3) on travaille dans un repère orthonormé:

$$PA = \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2}$$

$$P(2; 0)$$

$$A(a; \frac{1}{4}a^2 + 2)$$

$$= \sqrt{(a - 2)^2 + (\frac{1}{4}a^2 + 2)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - 4a + 4 + \frac{1}{16}a^4 + 4 + a^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{16}a^4 + 2a^2 - 4a + 8}$$

④

D'après la question 2) $a = 2 - 2\sqrt{3}$

$$\text{d'où } PA = \sqrt{\frac{1}{16}(2 - 2\sqrt{3})^4 + 2(2 - 2\sqrt{3})^2 - 4(2 - 2\sqrt{3}) + 8}$$

$\approx 4,29$ or, l'unité graphique mesure 25m

$$\text{d'où } \boxed{PA \approx 107,3 \text{ m}}$$

Pour PB : on prend $b = 2 + 2\sqrt{3}$ si $B(b; \frac{1}{4}b^2 + 2)$

$$PB = \sqrt{\frac{1}{16}(2+2\sqrt{3})^4 + 2(2+2\sqrt{3})^2 - 4(2+2\sqrt{3}) + 8}$$

$$\approx 252 \text{ m}$$

Exercice 4 7,5

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1) $u_1 = 2 \times u_0 + 0 + 1 = 2 + 1 = 3$ 0,25
 $u_2 = 2 \times u_1 + 1 + 1 = 2 \times 3 + 2 = 8$ 0,25
 $u_3 = 2 \times u_2 + 2 + 1 = 2 \times 8 + 3 = 19$ 0,25

$$u_1 - u_0 = 3 - 1 = 2 \quad \text{et} \quad u_2 - u_1 = 8 - 3 = 5$$

$$\text{d'où } u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$$

donc (u_n) n'est pas une suite arithmétique 0,75

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{3}{1} = 3 \quad \text{et} \quad \frac{u_2}{u_1} = \frac{8}{3} \neq 3, \quad \text{d'où } \frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$$

donc (u_n) n'est pas une suite géométrique 0,75

2) $v_n = u_n + n + 2$ 0,25

$$v_0 = u_0 + 0 + 2 = 1 + 2 = 3 \quad v_1 = u_1 + 1 + 2 = 3 + 3 = 6$$
 0,25

$$v_2 = u_2 + 2 + 2 = 8 + 4 = 12 \quad v_3 = u_3 + 3 + 2 = 19 + 5 = 24$$
 0,25

3) a) Soit $n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+1} = u_{n+1} + n + 1 + 2 = 2u_n + n + 1 + n + 3$$

$$= 2u_n + 2n + 4$$

$$= 2(u_n + n + 2)$$

$$= 2 \times v_n, \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

b) (v_n) est donc une suite géométrique de raison 2 et de 1^{er} terme

$$v_0 = u_0 + 0 + 2 = 3$$

0,5 d'où $v_n = v_0 \times q^n = 3 \times 2^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ nbre de termes

c) $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1 - q}{1 - q}$

$$\underline{S = 3 \times \frac{1-2^{n+1}}{1-2} = 3(2^{n+1} - 1)} \quad (1)$$

4) On sait que: $u_n = v_n - n - 2$

donc $\underline{u_n = 3 \times 2^n - n - 2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,75)

5) $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$
 $= (v_0 - 0 - 2) + (v_1 - 1 - 2) + (v_2 - 2 - 2) + \dots + (v_n - n - 2)$
 $= v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n - (1 + 2 + \dots + n) - 2 \times (n+1)$
(car il y a $n+1$ fois 2)

$$= S - \frac{n(n+1)}{2} - 2(n+1) \quad (1)$$

$$= 3 \times (2^{n+1} - 1) - \frac{n(n+1)}{2} - 2(n+1)$$

$$= 3 \times (2^{n+1} - 1) - \frac{n(n+1)}{2} - \frac{4(n+1)}{2}$$

$$S' = 3 \times (2^{n+1} - 1) - \frac{(n+1)(n+4)}{2}$$

$$= \underline{3 \times 2^{n+1} - 3 - \frac{(n+1)(n+4)}{2}}$$

Exercice (5): 19

u_n : nombre d'habitants au 1^{er} janvier de l'année $2005+n$

$$u_0 = 100\ 000$$

1) $u_1 = \underbrace{100\ 000 \times 1,05}_{\text{hausse de 5\%}} + 4000 = \underline{109\ 000}$ (0,5)

$u_2 = \underbrace{109\ 000 \times 1,05}_{\text{hausse de 5\%}} + 4000 = \underline{118\ 450}$ (0,5)

$$\left. \begin{aligned} u_1 - u_0 &= 109\ 000 - 100\ 000 = 9\ 000 \\ u_2 - u_1 &= 118\ 450 - 109\ 000 = 9\ 450 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{d'où } u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1 \\ &\text{donc } (u_n) \text{ pas arithmétique} \end{aligned} \quad (0,75)$$

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{109\ 000}{100\ 000} = 1,09 \quad \frac{u_2}{u_1} = \frac{118\ 450}{109\ 000} \approx 1,087 \neq 1,09$$

d'où $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$, donc (u_n) pas géométrique (0,75)

2) * Chaque année, la population augmente de 5% (d'où un CM = 1,05)

* Chaque année, 4000 personnes viennent s'installer.

(10)

$$\text{D'où } \underbrace{u_{n+1}}_{\substack{\text{Population} \\ \text{en } 2005+(n+1)}} = 1,05 \times \underbrace{u_n}_{\substack{\text{Population} \\ \text{en } 2005+n}} + 4000 \quad (0,5)$$

3) $v_n = u_n + 80\,000$

a) $\underline{v_0 = u_0 + 80\,000 = 180\,000} \quad (0,5)$

$$\begin{aligned} \text{b) } v_{n+1} &= u_{n+1} + 80\,000 \\ &= 1,05 u_n + 4000 + 80\,000 \\ &= 1,05 (v_n - 80\,000) + 84\,000 \\ &= 1,05 v_n - 1,05 \times 80\,000 + 84\,000 \\ &= 1,05 v_n - \cancel{84\,000} + \cancel{84\,000} \end{aligned} \quad (1,5)$$

d'où $v_{n+1} = 1,05 v_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de 1^{er} terme

$v_0 = 180\,000$

c) Comme (v_n) est géométrique, $v_n = v_0 \times q^n \quad (0,75)$

$v_n = 180\,000 \times 1,05^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Or, $u_n = v_n - 80\,000$

$u_n = 180\,000 \times 1,05^n - 80\,000$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,75)

4) a) Au premier janvier 2020, n est à $2005+15$

Or, $u_{15} = 180\,000 \times 1,05^{15} - 80\,000 \quad (1)$

$\approx 294\,207$ - En 2020, il y aura environ 294 200 habitants

b) $u_{n+1} - u_n = 180\,000 \times 1,05^{n+1} - 80\,000 - 180\,000 \times 1,05^n + 80\,000$
 $= 180\,000 \times 1,05^n (1,05 - 1) = 180\,000 \times 0,05 \times 1,05^n$

(0,5)

donc : $u_{n+1} - u_n = 9000 \times 1,05^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$9000 > 0 \text{ et } 1,05^m > 0$$

$$\text{d'où } 9000 \times 1,05^m > 0, \text{ pour tout } m \in \mathbb{N}.$$

$$\text{d'où } u_{n+1} - u_n > 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

donc (u_n) strictement croissante

(0,5)

c) A la calculatrice:

$$180\,000 \times (1,05)^m - 80\,000 \geq 200\,000$$

Le plus petit entier m vérifiant cette inégalité est $m = 10$ (0,5)

$$(\text{on trouve } 180\,000 \times 1,05^{10} - 80\,000 \approx 213\,201$$

$$\text{et } 180\,000 \times 1,05^9 - 80\,000 \approx 199\,239)$$

La population de cette ville dépassera en $2005 + 10 = 2015$
les 200 000 habitants.

Exercice Bonus: (+3) Bonus

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

$m \in \mathbb{R}$: D_m droite passant par $A_m(m; 0)$ $B_m(m-2; 1)$

$$a) D_0: A_0(0; 0) \quad B_0(-2; 1)$$

$$D_{-4}: A_{-4}(-4; 0) \quad B_{-4}(-6; 1)$$

$$D_{-6}: A_{-6}(-6; 0) \quad B_{-6}(-8; 1)$$

} Vrai repère (0,75)

b) conjecture: * si $m \leq -4$, D_m ne coupe pas le parabole, d'où pas de point d'intersection

* si $m > -4$, D_m coupe le parabole en 2 pts

* si $m = -4$, D_m coupe le parabole en un seul point

$$c) \overrightarrow{A_m B_m}(-2; 1)$$

$$\text{Sat } M(x; y) \in D_m:$$

$\overrightarrow{A_m M}(x-m; y) = \overrightarrow{A_m B_m}$ et $\overrightarrow{A_m M}$ sont colinéaires:

$$x \overrightarrow{A_m B_m} \times y \overrightarrow{A_m M} = y \overrightarrow{A_m B_m} \times x \overrightarrow{A_m M} \quad (0,75)$$

$$\Leftrightarrow -2y = 1x(x-m)$$

$$\Leftrightarrow \underline{-x - 2y + m = 0} \text{ (Equation cartésienne de } D_m)$$

d) $D_m : -x - 2y + m = 0$

$\mathcal{C}_f$: courbe de f telle que $f(x) = x^2 - 4x + 1$

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 1 \\ -x - 2y + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}(m - x) = x^2 - 4x + 1 \\ y = \frac{1}{2}(m - x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \frac{7}{2}x + 1 - \frac{1}{2}m = 0 \\ y = \frac{1}{2}(m - x) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta = b^2 - 4ac &= \frac{49}{4} - 4\left(1 - \frac{1}{2}m\right) \\ &= \frac{49}{4} - \frac{16}{4} + \frac{8m}{4} \\ &= \frac{33 + 8m}{4} \end{aligned}$$

(975)

Pour qu'il n'y ait qu'un seul point d'intersection, $\Delta = 0$

c'est-à-dire : $\frac{33 + 8m}{4} = 0$

$$\Leftrightarrow 33 + 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-33}{8}$$