

Exercice ①: 16

1) $A(-3; 2)$ $\vec{u}(4; 5)$ Notons (d) , la droite cherchée

Soit $M(x; y) \in (d)$:

$\vec{AM}(x+3; y-2)$ - Comme $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d) ,
 $\vec{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

$$\Leftrightarrow x\vec{AM} \times y\vec{u} = y\vec{AM} \times x\vec{u} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow (x+3) \times 5 = (y-2) \times 4$$

$$\Leftrightarrow 5x - 4y + 15 + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{5x - 4y + 23 = 0} \text{ (Equation cartésienne de } (d))$$

2) $C(2; -1)$ $D(7; 3)$ $\vec{CD}(7-2; 3-(-1))$ d'où $\vec{CD}(5; 4)$

Soit $M(x; y) \in (CD)$: $\vec{CM}(x-2; y+1)$

C, M et D sont alignés $\Leftrightarrow \vec{CM}$ et $\vec{CD}$ colinéaires

$$\Leftrightarrow x\vec{CM} \times y\vec{CD} = y\vec{CM} \times x\vec{CD}$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \times 4 = (y+1) \times 5$$

$$\Leftrightarrow \underline{4x - 5y - 13 = 0} \text{ (Equation cartésienne de } (CD))$$

3) $(d_1): 3x - 2y + 1 = 0$ $\begin{cases} a=3 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases}$, $\vec{u}(\overset{a}{2}; \overset{-b}{3})$ est un vecteur directeur de (d_1)

Soit $M(x; y) \in (d_2)$, $E(-2; 1)$

$\vec{EM}(x+2; y-1)$

comme $(d_1) \parallel (d_2)$, $\vec{EM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

$$\Leftrightarrow x\vec{EM} \times y\vec{u} = y\vec{EM} \times x\vec{u}$$

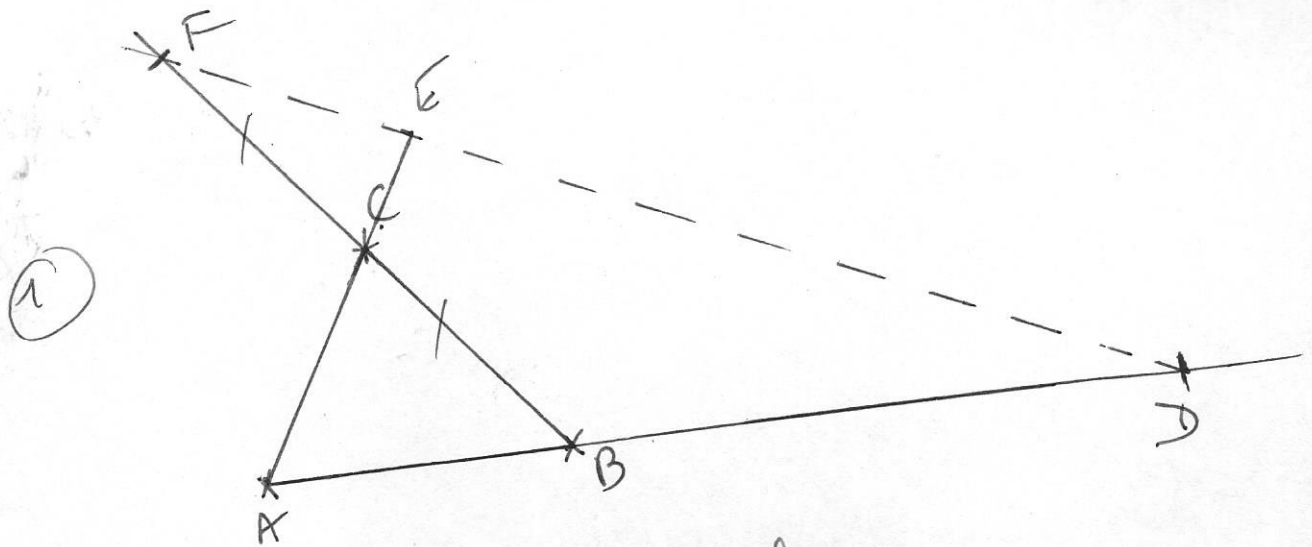
$$\Leftrightarrow 3(x+2) = 2(y-1)$$

$$\Leftrightarrow \underline{3x - 2y + 8 = 0} \text{ (Equation cartésienne de } (d_2))$$

Exercice (2): (1/5)

(2)

$$\vec{AD} = 3\vec{AB}, \quad \vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}, \quad \vec{BF} = 2\vec{BC}$$



2) ABC non aplati d'où A, B et C non alignés
 $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$ non colinéaires.

d'où $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$ repère du plan (1)

3) $\vec{AD} = 3\vec{AB} + 0\vec{AC}$, d'où D a pour coordonnées $(3; 0)$ (0,5)

$\vec{AE} = 0\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$, d'où E a pour coordonnées $(0; \frac{3}{2})$ (0,5)

$\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF}$ (relation de Chasles)

$= \vec{AB} + 2\vec{BA} + 2\vec{AC}$ (relation de Chasles)

$= -\vec{AB} + 2\vec{AC}$, d'où F a pour coordonnées $(-1; 2)$ (0,5)

4) $\vec{DE}(-3; \frac{3}{2}) \quad \vec{DF}(-4; 2)$

$$x_{\vec{DE}} \times y_{\vec{DF}} = -3 \times 2 = -6 \quad \text{et} \quad y_{\vec{DE}} \times x_{\vec{DF}} = \frac{3}{2} \times (-4) = -6$$

$$\text{d'où } x_{\vec{DE}} \times y_{\vec{DF}} = y_{\vec{DE}} \times x_{\vec{DF}}$$

c'est-à-dire : $\vec{DE}$ et $\vec{DF}$ colinéaires.
 avec un point en commun

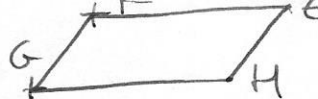
(1,5)

Donc D, E et F sont alignés

Exercice (3): (1/3) EFGH parallélogramme

$$\vec{LE} = \frac{1}{3} \vec{FE}$$

1) Dans $(F; \vec{FG}, \vec{FE})$:



(3)

- F origine du repère, d'où F a pour coordonnées $(0; 0)$ (0,5)
- $\vec{FG} = 1\vec{FG} + 0\vec{FE}$, d'où G a pour coordonnées $(1; 0)$ (0,5)
- $\vec{FH} = \vec{FG} + \vec{GH}$ (relation de Chasles)
- $\vec{FH} = \vec{FG} + \vec{FE}$ (car EFGH parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{GH} = \vec{FE}$)
- d'où H a pour coordonnées $(1; 1)$ (0,5)
- $\vec{FL} = \vec{FE} + \vec{EL}$ (relation de Chasles)
- $= \vec{FE} + \frac{1}{3}\vec{EF} = \vec{FE} - \frac{1}{3}\vec{FE} = \frac{2}{3}\vec{FE}$
- $\vec{FL} = 0\vec{FG} + \frac{2}{3}\vec{FE}$ (0,5)

donc L a pour coordonnées $(0; \frac{2}{3})$

2) $\vec{FH}(1; 1)$ - soit $M(x; y) \in (FH)$

$\vec{FM}(x; y)$

$\vec{FH}$ et $\vec{FM}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow x_{\vec{FH}} \times y_{\vec{FM}} = y_{\vec{FH}} \times x_{\vec{FM}}$

$$\Leftrightarrow y = x \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x + y = 0}{\text{(équation cartésienne de (FH))}}$$

3) $\vec{LG}(1; -\frac{2}{3})$ - soit $M(x; y) \in (LG)$

$\vec{LM}(x; y - \frac{2}{3})$

L, M et G alignés $\Leftrightarrow \vec{LG}, \vec{LM}$ colinéaires

$$\Leftrightarrow x_{\vec{LG}} \times y_{\vec{LM}} = y_{\vec{LG}} \times x_{\vec{LM}}$$

$$\Leftrightarrow 1 \times (y - \frac{2}{3}) = -\frac{2}{3}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + y - \frac{2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{2x + 3y - 2 = 0}} \quad \text{(équation cartésienne de (LG))}$$

(1) Bonus

4) $\vec{FH}(1;1)$ $\vec{LG}(1;-\frac{2}{3})$: ces vecteurs ne sont pas colinéaires. (4)

(FH) et (LG) ne sont pas parallèles.

(FH) et (LG) se croisent :-

$$\begin{cases} y = x \\ 2x + 3y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ 5x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$$

(1) Bonus

Donc: $K(\frac{2}{5}; \frac{2}{5})$ point d'intersection
de (FH) et (LG)