Nom et prénom : ........................................................................................................ Classe : .............

# LYCEE JEAN XXIII

## BAC BLANC
## SESSION JANVIER 2018

Première S

| EPREUVE DE MATHEMATIQUES<br>Durée : 3 h |
|---|

***<u>Sujet à rendre avec la copie</u>***

**L'usage de la calculatrice est autorisé**

**Barème : 40 points**

**Bonus : 3 points**

Mme Fayard – M. Nasser – M. Mangeard

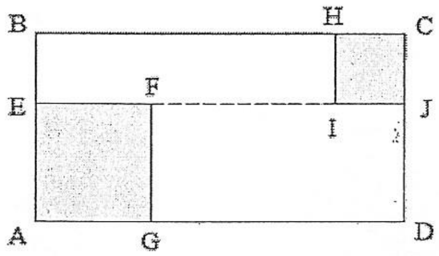
## Exercice 1 *(3 points)*

Sur la feuille annexe, indiquer pour chaque question la ou les lettres correspondant aux réponses justes. Aucune justification n'est exigée.

| QCM | | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Pour tout réel $x$ tel que $0 \leq x \leq 1$ on a : | $\sqrt{x} - x^2 \geq 0$ | $x^2 \geq \sqrt{x}$ | $\sqrt{x} < x$ | $1 - \sqrt{x} \leq 1 - x^2$ |
| 2. | La fonction $f$ est définie par $f(x) = \sqrt{\lvert -x-10 \rvert}$. L'ensemble de définition de la fonction $f$ est ... | $]-\infty; -10]$ | $]-\infty; 10]$ | $[-10; +\infty[$ | $\mathbb{R}$ |
| 3. | Si $-3 < x < 5$, alors... | $0 < \lvert x \rvert < 5$ | $3 < \lvert x \rvert < 5$ | $\lvert x \rvert < 5$ | $9 < x^2 < 25$ |
| 4. | Soit $\mathrm{E}(x) = (x^2 - x + 1)(x + 1)$. L'équation $\mathrm{E}(x) = 0$ ... | n'a pas de solution. | admet une unique solution. | admet exactement deux solutions. | admet exactement trois solutions. |
| 5. | $x$ est un réel tel que : $-4 \leq x \leq -2$ . Alors... | $-0{,}25 \leq \frac{1}{x} \leq -0{,}5$ | $-\frac{1}{2} \geq -\frac{1}{x} \geq -\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8} \leq \frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{4}$ | $\lvert x-1 \rvert = \lvert x \rvert + 1$ |

## Exercice 2 *(5,5 points)*

Sur une parcelle rectangulaire ABCD , on veut délimiter deux parterres de fleurs carrés AEFG et CHIJ, comme indiqué sur le schéma ci-contre. Les points E, F, I et J sont alignés. On donne : AB = 4 m et BC = 8 m. On pose : CH = $x$.




1) A quel intervalle appartient le réel $x$ ?
2) Exprimer l'aire de la surface non fleurie en fonction de $x$.
3) On veut délimiter les deux parterres de façon que la surface non fleurie ait une aire maximale. Quelle doit être la valeur de $x$ ?
4) Déterminer, si possible, la valeur de $x$ pour laquelle l'aire de la surface fleurie représente sept huitièmes de l'aire de la parcelle.

## Exercice 3 *(6 points)*

*Les questions 1 et 2 sont indépendantes.*

1. La suite $(u_n)$ est définie pour tout entier naturel $n$ par : $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$
   a. Etudier les variations de la fonction $g$ définie sur $[0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.
   b. En déduire le sens de variation de la suite $(u_n)$.

2. L'algorithme ALGOBOX ci-contre permet de calculer le terme de rang $n$ d'une suite $(v_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par récurrence.
   a. Quelle est la valeur affichée lorsque l'on saisit $n = 3$ ? Montrer les étapes.
   b. Déduire de l'algorithme la valeur de $v_0$ et l'expression de $v_{n+1}$ en fonction de $v_n$.
   c. On a tracé sur la feuille annexe la courbe représentative de la fonction $f$ telle que $v_{n+1} = f(v_n)$. Donner l'expression de $f(x)$.
   d. Construire sur le graphique de la feuille annexe, sur l'axe des abscisses, les termes de rangs de 1 à 4. (On laissera les traits de construction).

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  v EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  v PREND_LA_VALEUR 1/2
  POUR k ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    v PREND_LA_VALEUR 1/v+1
    FIN_POUR
  AFFICHER v
FIN_ALGORITHME
```

## Exercice 4 *(3,5 points)*

Dans un repère du plan, on considère la droite $d_m$ d'équation : $(m+1)x + (1-2m)y + 3 = 0$.

1) Déterminer $m$ pour que la droite $d_m$ passe par le point $A(2; -3)$.

2) Déterminer $m$ pour que la droite $d_m$ soit parallèle à la droite $\Delta$ d'équation : $5x - 7y - 6 = 0$

## Exercice 5 *(11 points)*

On considère un parallélogramme non aplati EFGH.
On désigne par L, le centre du parallélogramme.
Soient les points I et J définis par les relations vectorielles suivantes : $\overrightarrow{EI} = \frac{4}{5}\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$

1) Faire une figure.

2) Pourquoi $(F; \overrightarrow{FG}, \overrightarrow{FE})$ constitue-t-il un repère du plan ? Justifier.

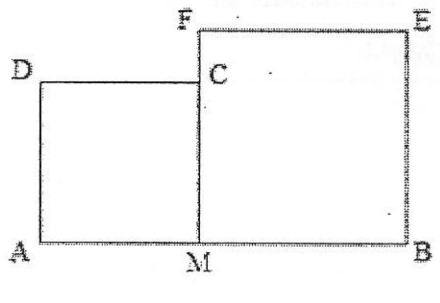
3) Dans ce repère, déterminer les coordonnées des points I, L et J en justifiant.

4) En déduire soigneusement l'alignement des points I, L et J.

5) On va démontrer ***<u>d'une autre manière</u>*** l'alignement de ces trois points :
   a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (EG).
   b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (IJ).
   c) Calculer les coordonnées de leur point d'intersection. Conclure.

## Exercice 6 *(11 points)*

1) Sur un segment [AB] de longueur 10, on place un point M.
   On construit deux carrés AMCD et MBEF.




   a) On pose $x = AM$. A quel intervalle appartient le nombre $x$ ?
   Exprimer les aires des carrés AMCD et MBEF en fonction de $x$.

   b) Prouver que la somme des aires des deux carrés s'exprime par la fonction $f$ définie par :
   $$f(x) = 2x^2 - 20x + 100.$$

   c) Exprimer $f$ sous sa forme canonique.

   d) En déduire la position du point M pour que la somme des aires des deux carrés soit minimum.

2) Obtient-on un résultat analogue en calculant le minimum de la somme des aires de deux disques de diamètres respectifs [AM] et [MB] ?
   Faire une figure et résoudre cette nouvelle situation.

3) On considère maintenant un carré de côté [AM] et un disque de diamètre [MB].
   Démontrer que la somme des aires du carré et du disque est minimum lorsque le rayon du disque est égal à $\frac{20}{\pi+4}$.

## Exercice bonus *(3 points)*

On place sur un cercle $n$ points distincts et l'on s'intéresse au nombre $p_n$ de segments ayant pour extrémités deux de ces points.

1) Déterminer les valeurs de $p_4, p_5$ et $p_6$.

2) $n$ points sont placés et les $p_n$ segments étant tracés, on ajoute un nouveau point distinct des précédents. Combien de nouveaux segments peut-on tracer ?
En déduire une relation de récurrence entre $p_{n+1}$ et $p_n$.

3) On veut connaitre le nombre de points nécessaires pour construire 120 segments.
On écrit l'algorithme suivant :

```
Variables :
n, p
Initialisation :
  | 1 → p
  | 2 → n
Traitement :
  | Tant que ................... faire
  |   | ........................ → p
  |   | n + 1 → n
  | Fin
Sortie : Afficher ..............
```

Recopier et compléter l'algorithme sur la feuille annexe.

Nom et prénom de l'élève : ................................................................ Classe : .......

**BAC BLANC 1ERE S SESSION JANVIER 2018**
**MATHEMATIQUES**

**Feuille annexe à joindre à la copie**

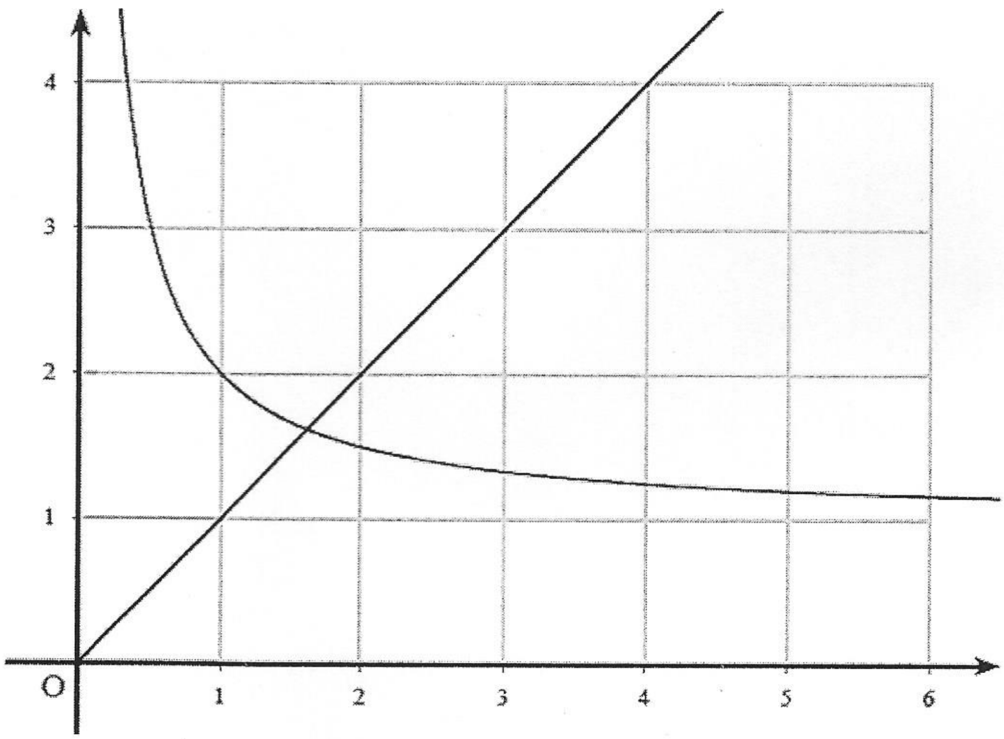
Exercice 1

Réponses : 1. .............................. 2. .............................. 3. ..............................

4. .............................. 5. ..............................

Exercice 3

2. d.




Exercice bonus

3)