Première 5S	**Devoir d'entraînement pour le bac blanc**	Vendredi 07 /04/2017

- **NE RENDEZ PAS VOTRE COPIE**
- MAIS , JOUEZ LE JEU !!
- Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Suites et algorithmes

La grand-mère du petit Eloi dépose à la naissance de celui-ci 100 € sur un compte bancaire et décide d'augmenter ses versements de 2 % à chaque anniversaire.

On suppose qu'Eloi ne fait aucun ajout, ni retrait sur son compte.

On note - a_n : la somme versée à son n-ième anniversaire ($a_0 = 100$)

- S_n : la somme totale disponible sur le compte à son n-ème anniversaire $S_n = a_0 + a_1 + \ldots + a_n$

1) Déterminer la nature précise de la suite (a_n). En déduire l'expression de a_n en fonction de n.
2) Montrer que pour tout entier naturel n, $S_n = 5\,000 \times (1{,}02^{n+1} - 1)$
3) Eloi, musicien dans l'âme, souhaite s'acheter une guitare qui coûte 1 999 €

Pour savoir à partir de quel âge il pourra se l'acheter, on propose l'algorithme ci-dessous :

```
Variables :          n : entier naturel
                     a,S : réels

Initialisation :     n prend la valeur 0
                     a prend la valeur 100
                     S prend la valeur 100

Traitement :         Tant que……………………Faire
                         n prend la valeur n + 1
                         a prend la valeur………….
                         S prend la valeur S +…………..
                     Fin Tant que

Sortie :             Afficher…………..
```

a) Compléter cet algorithme
b) Modifier l'algorithme de façon à résoudre le problème
c) A partir de quel âge Eloi pourra s'offrir la guitare de ses rêves ? Justifier.

Exercice 2 : Dérivation et applications

Partie A :

On considère la fonction u définie sur [1;2] par $u(x) = x^3 - \frac{9}{2}$

1) Calculer la dérivée de u et étudier son signe.
2) En déduire le tableau de variations de u.
3) L'équation u(x) = 0 a une unique solution α dans [1;2].
   Expliquer pourquoi et en donner une valeur approchée à la calculatrice à 0,1 près.

4) En déduire le signe de u(x) suivant les valeurs de x

Partie B :

Une entreprise qui commercialise des lessives souhaite mettre au point un nouveau produit pour lave-vaisselle sous forme solide.
Les doses ont la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions (en cm) x, y et 2x (avec $1 \leq x \leq 2$)
Pour chaque lavage, une dose est nécessaire et son volume est de 12 cm^3

Afin de réaliser des économies sur l'emballage, l'objectif recherché est d'essayer d'obtenir une surface totale minimale

<u>Rappels :</u>
** Le volume d'un parallélépipède rectangle V= L× l × h*
** La surface totale d'un parallélépipède est la somme des aires de toutes ses faces.*

1) Faire un schéma et exprimer y en fonction de x.
2) a) Montrer que la surface totale d'un tel parallélépipède est $S(x) = 4x^2 + \frac{36}{x}$ sur [1;2]
   b) Déterminer S'(x) et montrer que cette dernière a le même signe que $x^3 - \frac{9}{2}$
3) a) En utilisant les résultats démontrés dans la ***partie A***, en déduire le signe de S'(x) suivant les valeurs de *x*.
   b) En déduire le tableau de variations de S.
4) a) Quelle valeur de x rend S minimale (on donnera une valeur approchée à 0,1 près) ? Justifier.
   b) En déduire les dimensions de la dose correspondante.

<u>Exercice 3 : Probabilités</u>

Une urne contient une boule rouge, une boule verte et une boule bleue

respectivement marquées – 2 points, 0 point et 1 point. On tire au hasard et sans remise deux boules dans l'urne.

1) A l'aide d'un arbre, déterminer toutes les issues possibles associées à cette expérience aléatoire
2) On note X la variable aléatoire qui donne le gain obtenu.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Si on joue un grand nombre de fois à ce jeu, combien peut-on espérer gagner ou perdre en moyenne par partie ? Justifier.

<u>Exercice 4 : Vecteurs</u>

Dans un triangle non aplati ABC, on considère les points D, E et F tels que :

$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{EA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$ F est le milieu de [BC]

1) Montrer que $\overrightarrow{EA} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$

2) Faire une figure

On va montrer que D, E et F sont alignés de deux manières différentes.

3) **Méthode 1 :**

a) Décomposer $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{DF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) Démontrer que D, E et F sont alignés

4) **Méthode 2 :**

a) Justifier que $(A;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est un repère du plan

b) Déterminer les coordonnées des points A, B, C ,D, E et F dans ce repère

c) En déduire que D, E et F sont alignés

Exercice 5 : Equations de droites

Dans un repère orthogonal du plan $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points suivants :
A(5;-3) , B(-2;1) , C $(0;-\frac{1}{7})$ et D(-1;6)

1) Montrer que les points A, B et C sont alignés en justifiant soigneusement.
2) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

b) En déduire une autre façon de montrer que les points A, B et C sont alignés.

3) Calculer les coordonnées du point E $\in$(AB) tel que son abscisse soit égale à $\frac{3}{2}$
4) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) telle que (d) // (AB) et D$\in$(d)
5) Déterminer une équation cartésienne de la médiane issue de C du triangle ABC en justifiant soigneusement.