NOM : .... Prénom : ....

CORRIGÉ Fait le

Première 5S	**Contrôle sur les suites**	Lundi 07 novembre 2016

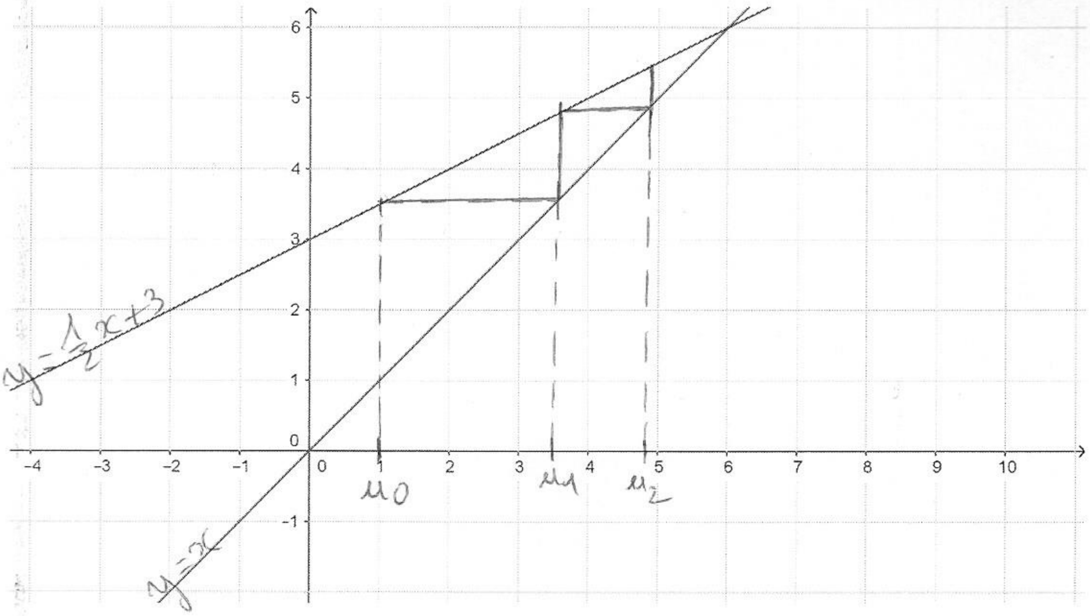
- Calculatrice autorisée
- Compléter directement sur le sujet

Total /10 -> /20

Exercice 1 : /4

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbf{N}$ par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1) Représenter les trois premiers termes de cette suite dans le repère ci-dessous (on laissera les traits de construction)



1,5

2) Conjecturer les variations de (u_n) et le comportement à l'infini :

- Il semblerait que (u_n) soit strictement croissante
- Il semblerait que les termes de la suite s'approchent de 6

1

3) Montrer que la suite (u_n) n'est pas arithmétique :

$u_0 = 1 \quad u_1 = \frac{1}{2}u_0 + 3 = \frac{1}{2} \times 1 + 3 = \frac{7}{2} \quad u_2 = \frac{1}{2}u_1 + 3 = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} + 3 = \frac{7}{4} + \frac{12}{4} = \frac{19}{4}$

$u_1 - u_0 = \frac{7}{2} - 1 = \frac{7}{2} - \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$

$u_2 - u_1 = \frac{19}{4} - \frac{7}{2} = \frac{19}{4} - \frac{14}{4} = \frac{5}{4}$

on a : $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$ donc (u_n) n'est pas arithmétique

1,5

Exercice 2 : /6

Les deux questions sont indépendantes :

1) Soit (u_n) suite arithmétique de raison -3 et de premier terme $u_0 = \frac{1}{4}$

On pose $v_n = 3u_n - 5$, pour tout $n \in \mathbf{N}$. Montrer que (v_n) est arithmétique. (On donnera le premier terme et la raison)

$v_{n+1} - v_n = 3u_{n+1} - 5 - (3u_n - 5)$

$= 3(u_{n+1} - u_n) - \cancel{5} + \cancel{5}$

$= 3 \times (-3)$ (car (u_n) arithmétique de raison -3).

$v_{n+1} - v_n = -9$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc : (v_n) est arithmétique de raison -9 et de premier terme :

$v_0 = 3u_0 - 5 = 3 \times \frac{1}{4} - 5 = \frac{3}{4} - \frac{20}{4} = -\frac{17}{4}$

1,5

NOM :………………………………………….Prénom :…………………………………………

2) On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n+1} \\ u_0 = 2 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbf{N}$

a) On pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$, pour tout $n \in \mathbf{N}$. Montrer que (v_n) est arithmétique

$v_{n+1} - v_n = \dfrac{1}{u_{n+1}} - \dfrac{1}{u_n} = \dfrac{u_n+1}{u_n} - \dfrac{1}{u_n} = \dfrac{u_n}{u_n} = 1$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1,5 D'où (v_n) est arithmétique de raison 1 et de premier terme $v_0 = \dfrac{1}{u_0} = \dfrac{1}{2}$

b) Exprimer v_n en fonction de n :

comme (v_n) est arithmétique :

$v_n = v_0 + nr = \dfrac{1}{2} + n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1,5

c) En déduire u_n en fonction de n :

On sait que $v_n = \dfrac{1}{2} + n$ (question b))

et que $v_n = \dfrac{1}{u_n} \Leftrightarrow u_n = \dfrac{1}{v_n} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}+n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1,5