CORRIGÉ Fait le

Première 5S	**Contrôle sur les équations trigonométriques**	Vendredi 12 mai 2017

- Calculatrice non autorisée

Observations :

NOTE :

Total /10 → /20

Les questions suivantes sont indépendantes :

1) Simplifier au maximum l'expression suivante :

$$A(x) = 2\sin(x + \pi) - \cos(\pi - x) + 3\cos(-x) + \sin(-x) - \sin(\tfrac{\pi}{2} + x)$$

2 $= -2\sin x - \cancel{(-\cos x)} + 3\cos x - \sin x - \cancel{\cos x}$

$= -3\sin x + 3\cos x$

2) Résoudre dans ℝ l'équation suivante : $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2 D'où $S = \left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi \; ; -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \text{ avec } k \in \mathbb{Z}\right\}$

3) Résoudre dans [0 ;2π[l'équation suivante : $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (car $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(-x) = -\sin x$)

3 $-\frac{\pi}{4} \notin [0;2\pi[$, $-\frac{\pi}{4} + 2\pi = -\frac{\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \in [0;2\pi[$

$\sin(\pi - x) = \sin x$, $\sin\left(\pi - \frac{7\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

or, $-\frac{3\pi}{4} \notin [0;2\pi[$, $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi = -\frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \in [0;2\pi[$

L'intervalle étant de longueur 2π, il n'y a pas d'autre solution

$\boxed{S = \left\{\frac{7\pi}{4} ; \frac{5\pi}{4}\right\}}$

4) Résoudre dans [-π ;3π] l'équation suivante : $6\cos x - 3 = 0$

$6\cos x - 3 = 0 \iff 6\cos x = 3 \iff \cos x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, or $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ (car $\cos(-x) = \cos x$)

3 On a $\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3} \in [-\pi;3\pi]$

$-\pi \le \frac{\pi}{3} + 2k\pi \le 3\pi$

$\iff -\frac{4\pi}{3} \le 2k\pi \le \frac{8\pi}{3}$

$-\frac{2}{3} \le k \le \frac{4}{3}$ d'où $k = 0$ ou 1 (car k entier)

de même : $-\pi \le -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \le 3\pi$

$\iff -\frac{2\pi}{3} \le 2k\pi \le \frac{10\pi}{3}$

$\iff -\frac{1}{3} \le k \le \frac{5}{3}$ d'où $k = 0$ ou 1

$\boxed{S = \left\{\frac{\pi}{3} ; -\frac{\pi}{3} ; \frac{7\pi}{3} ; \frac{5\pi}{3}\right.}$