NOM :……………………………………Prénom :……………………………………

CORRIGÉ — Fait le

Première 5S	**Contrôle de dérivation**	Jeudi 9 février 2017

- Calculatrice autorisée
- Durée : Pas longtemps !

Observations : On pose $u(x) = 3\sqrt{x}$ et $v(x) = 1+\frac{4}{x}$

$u'(x) = 3\times\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$ $\quad v'(x) = 4\times\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{4}{x^2}$

or, $(uv)' = u'v + uv'$

D'où $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}\left(1+\frac{4}{x}\right) - 3\sqrt{x}\times\frac{4}{x^2} = \boxed{\frac{3}{2\sqrt{x}}\left(1+\frac{4}{x}\right) - \frac{12\sqrt{x}}{x^2}}$

Total/12

NOTE : /20

Exercice 1 :

Soit f(x) = -9x² + 5x + 1. Calculer f ' (1) de deux manières différentes :

1ère méthode : f est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une fonction polynôme.

$f'(x) = -9\times 2x + 5$

$= -18x + 5$

D'où $f'(1) = -18\times 1 + 5$

$= \boxed{-13}$

(2)

2ème méthode : taux d'accroissement

$h \neq 0$, $\tau(h) = \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

or, $f(1+h) = -9(1+h)^2 + 5(1+h) + 1$

$= -9(1+2h+h^2) + 5 + 5h + 1$

$= -9h^2 - 18h - 9 + 6 + 5h$

$= -9h^2 - 13h - 3$

or, $f(1) = -9\times 1^2 + 5\times 1 + 1 = -9 + 6 = -3$

D'où $\tau(h) = \frac{-9h^2 - 13h \cancel{-3} \cancel{+3}}{h} = \frac{\cancel{h}(-9h-13)}{\cancel{h}} = -9h - 13$

$-9h-13$ a une limite finie quand $h \to 0$, d'où f est dérivable en 1

et $f'(1) = \lim_{h\to 0}\tau(h) = \lim_{h\to 0}(-9h-13) = \boxed{-13 = f'(1)}$

(2)

Exercice 2 :

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse -2

sachant que $g(x) = \frac{9x+2}{3x-5}$

$D_g = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{3}\right\}$, g étant une fonction homographique, elle est dérivable partout où elle est définie. On peut par exemple se placer sur $\left]-\infty ; \frac{5}{3}\right[$.

(2)

Posons $u(x) = 9x+2$ $\quad u'(x) = 9$

$v(x) = 3x-5$ $\quad v'(x) = 3$

On a : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ d'où $g'(x) = \frac{9(3x-5) - 3(9x+2)}{(3x-5)^2} = \frac{-45-6}{(3x-5)^2} = \frac{-51}{(3x-5)^2}$

$(T_{-2}) : y = g'(-2)(x+2) + g(-2)$

or, $g'(-2) = \frac{-51}{(3\times(-2)-5)^2} = \frac{-51}{121}$

et $g(-2) = \frac{9\times(-2)+2}{3\times(-2)-5} = \frac{-16}{-11} = \frac{16}{11}$

D'où $(T_{-2}) : y = \frac{-51}{121}(x+2) + \frac{16}{11}$

$= -\frac{51}{121}x - \frac{102}{121} + \frac{176}{121} = -\frac{51}{121}x + \frac{74}{121}$

Donc : $\boxed{(T_{-2}) : y = -\frac{51}{121}x + \frac{74}{121}}$

Exercice 3 : (Voir le cadre d'observation pour la b))

Calculer les dérivées des fonctions suivantes après avoir déterminer les domaines de dérivabilité :

(2)

a) $f(x) = 7x^5 - 3x^3 + 5x^2 - 2$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$, car c'est une fonction polynôme.

$f'(x) = 7\times 5x^4 - 3\times 3x^2 + 5\times 2x = 35x^4 - 9x^2 + 10x$

b) $g(x) = 3\sqrt{x}\left(1 + \frac{4}{x}\right)$

$x \mapsto 3\sqrt{x}$ dérivable sur $]0;+\infty[$

et $x \mapsto \frac{4}{x}$ dérivable sur $\mathbb{R}^*$

g est dérivable sur $]0;+\infty[$

(2)