

CORRIGÉ

Fait

Première 5S

Contrôle sur les équations cartésiennes de droites (Sujet A)

Jeudi 02 février
2017

- Calculatrice autorisée
- Répondre directement sur le sujet

Total/10 → 120

Observations :

NOTE :

Soient $A(-5; 4)$, $B(1; -7)$ et $C(2; 3)$

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

Soit $M(x; y) \in (AB)$: $\vec{AB}(1+5; -7-4) = \vec{AM}(x+5; y-4)$
 $(6; -11)$

 $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ sont deux vecteurs directeurs de la droite (AB)

Ils sont donc colinéaires.

$$x_{\vec{AB}} \times y_{\vec{AM}} = y_{\vec{AB}} \times x_{\vec{AM}}$$

$$\Leftrightarrow 6(y-4) = -11(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 11x + 6y - 24 + 55 = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{11x + 6y + 31 = 0} \text{ (Equation cartésienne de (AB))}$$

2) Déterminer une équation cartésienne de la parallèle à (AB) passant par C :

Soit $M(x; y)$ située sur la droite cherchée : $\vec{CM}(x-2; y-3)$ est un vecteur directeur de la droite cherchée. Comme (AB) est parallèle à la droite cherchée, $\vec{AB}$ et $\vec{CM}$ sont colinéaires : $x_{\vec{AB}} \times y_{\vec{CM}} = y_{\vec{AB}} \times x_{\vec{CM}} \Leftrightarrow 6(y-3) = -11(x-2)$

$$\Leftrightarrow 11x + 6y - 18 - 22 = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{11x + 6y - 40 = 0} \text{ (Equation cartésienne de la droite cherchée)}$$

3) a) Déterminer une équation cartésienne de la médiane issue de A du triangle ABC

Soit M le milieu de [BC] : $x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$ et $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-7+3}{2} = -2$
 d'où $M(\frac{3}{2}; -2)$

La droite cherchée est (AM) :

Soit $N(x; y) \in (AM)$: $\vec{AN}(x+5; y-4)$ et $\vec{AM}(\frac{3}{2}+5; -2-4)$
 $(\frac{13}{2}; -6)$

$$\vec{AN} \text{ et } \vec{AM} \text{ sont colinéaires : } (x+5) \times (-6) = \frac{13}{2}(y-4)$$

$$\Leftrightarrow -6x - \frac{13}{2}y - 30 + 26 = 0 \Leftrightarrow -6x - \frac{13}{2}y - 4 = 0$$

Equation de la droite cherchée.

Sujet A

b) Faire de même avec la médiane issue de B. Soit L milieu de [AC]

$$L\left(-\frac{5+2}{2}; \frac{4+3}{2}\right)$$

La médiane issue de B est la droite (BL)

$$L\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$$

Soit $N(x; y) \in (BL)$, alors $\vec{NL}$ et $\vec{BL}$ sont colinéaires (car ils sont vecteurs directs de la même droite).

$$\vec{NL}\left(-\frac{3}{2}-x; \frac{7}{2}-y\right) \text{ et } \vec{BL}\left(-\frac{3}{2}-1; \frac{7}{2}+7\right) \left\{ \begin{array}{l} \text{colinéarité des 2 vecteurs:} \\ x_{NL} \times y_{BL} = y_{NL} \times x_{BL} \\ \Rightarrow \frac{21}{2}\left(-\frac{3}{2}-x\right) = -\frac{5}{2}\left(\frac{7}{2}-y\right) \\ \Rightarrow -\frac{21}{2}x - \frac{9}{2}y - \frac{14}{2} = 0 \\ \Rightarrow -21x - 9y - 14 = 0 \end{array} \right.$$

c) En déduire par calcul les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC :

Soit G: centre de gravité du triangle ABC

G est le point de concours des 3 médianes du triangle ABC

Pour calculer les coordonnées de G, on va résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} -6x - \frac{13}{2}y - 4 = 0 & (x1) \\ -21x - 9y - 14 = 0 & (x4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -12x + 13y + 8 = 0 & (x7) \\ -21x - 9y - 14 = 0 & (x4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 84x + 91y + 56 = 0 \\ -84x - 20y - 56 = 0 \end{cases} \quad L_2 \leftarrow L_1 + L_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 84x + 91y = -56 \\ 71y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 84x = -56 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{56}{84} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{4 \times 14}{4 \times 21} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2 \times 7}{3 \times 3} = -\frac{2}{3} \\ y = 0 \end{cases}$$

Donc $G\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$