NOM :…………………………………………Prénom :………………………..Classe :……

LYCEE JEAN XXIII

BAC BLANC

Avril 2017

EPREUVE DE

MATHEMATIQUES

Durée 3h

<u>Sujet à rendre avec la copie</u>

Première S

L'usage de la calculatrice est autorisé

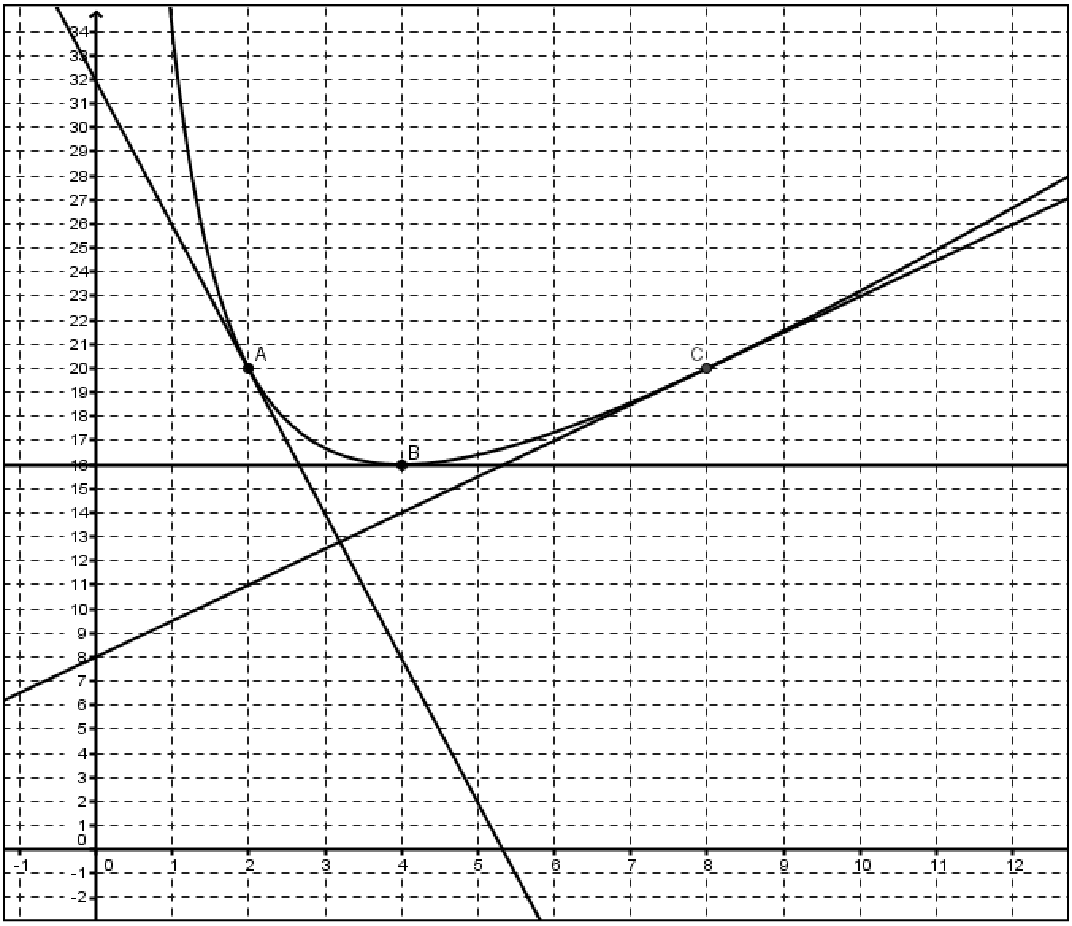
M^me^ Sonnet – M^R^ Nasser – M^R^ Mangeard

Exercice 1: ($\approx 4\ points$)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A :

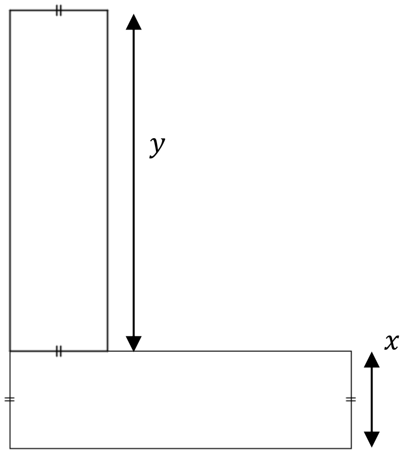
On considère une fonction f définie sur $]0;+\infty[$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ est donnée ci-dessous. Sur le graphique, on a également représenté les tangentes à la courbe au point A, B et C d'abscisses respectives $2, 4$ et 8



1) Par lecture graphique, déterminer :
   a) $f(2), f(4)$ et $f(8)$
   b) $f'(2), f'(4)$ et $f'(8)$. Justifier votre réponse
2) En utilisant les résultats de la question 1), déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.

Partie B :

Deux rectangles identiques d'aire $8\ cm^2$ sont accolés comme le montre la figure ci-dessous pour former un L.
On note x la largeur et y la longueur de ces rectangles.
On considère $f(x)$ le périmètre de la figure complète, exprimé en fonction de x.
On admet que la fonction f est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$



1) Exprimer y en fonction de x.
2) Montrer que $f(x) = 2x + \frac{32}{x}$
3) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{2(x-4)(x+4)}{x^2}$
4) Etudier les variations de f sur $]0; +\infty[$
5) Quelle valeur faut-il donner à x pour que le périmètre de la figure soit minimal ? Que vaut alors ce périmètre ?

<u>Exercice 2 : ($\approx 4{,}5$ *points*)</u>

Un restaurant propose deux formules au déjeuner : le menu « express » à 12 € et le menu du jour à 15 €. Le verre de vin est en supplément et coûte 2 €.

On a constaté que 60 % des clients choisissent le menu « express ». Parmi eux, 70 % prennent un verre de vin. Parmi les clients choisissant le menu du jour, 40 % prennent un verre de vin.

1) Compléter le tableau des fréquences en pourcentage ci-dessous :

	Vin en supplément	Pas de vin	Total
Menu « express »			
Menu du jour			
Total			100

2) On choisit au hasard un client dans le restaurant et on note D la variable aléatoire représentant sa dépense en euros.
   a) Quelles sont les valeurs prises par D ?
   b) Déterminer la loi de probabilité de D.
   c) Calculer l'espérance de D et interpréter le résultat.
   d) Le restaurateur totalise 200 clients par semaine, quelle recette peut-il espérer obtenir ?
3) Le restaurateur envisage d'augmenter tous ces prix de 10 %, quelle serait alors la dépense moyenne par client ? Arrondir le résultat à 10^{-2} près

Exercice 3 : ($\approx 3,5\ points$)

Dans un repère $(O\ ,\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath})$, on donne les points A(-2 ; -2), B(4 ; -3) et C($\frac{3}{2}$; 2)

1) Construire le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

   On laissera visible les traits de construction.

2) Soit P le point tel que $3\ \overrightarrow{PB} + 2\ \overrightarrow{PC} = \vec{0}$

   a) Montrer que $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

   b) Placer P.

   c) Que peut-on conjecturer pour les points A, N et P ?

3) Calculer les coordonnées des points N et P.

   Toutes les justifications devront apparaître sur votre copie.

4) Démontrer votre conjecture du 2. c).

Exercice 4 : ($\approx 4,5\ points$)

ABCD est un parallélogramme. I est le milieu de [AB], J est le milieu de [DC].

On considère le repère $\left(A\ ,\ \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AD}\right)$

1) Faire une figure que vous **compléterez au fur et à mesure de l'exercice**.

2) a) Donner les coordonnées des points A, B, D et C dans ce repère.

   b) Calculer les coordonnées des points I et J.

3) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BJ).

   b) Montrer que les droites (BJ) et (ID) sont parallèles.

4) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC).

5) Soit F le point d'intersection des droites (BJ) et (AC).

   Calculer les coordonnées de F.

Exercice 5 : ($\approx 3,5\ points$)

Un volume constant de 2 200 m^3 d'eau est réparti entre deux bassins A et B .

A l'aide de pompes, on crée un courant d'eau entre les deux bassins.

- Initialement, les deux bassins A et B contiennent respectivement 800 m^3 et 1 400 m^3 d'eau.
- Chaque jour, 15 % du volume d'eau présent au début de la journée dans le bassin B est transféré dans le A
- Chaque jour, 10 % du volume d'eau présent dans le A au début de la journée va en B.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note a_n : le volume d'eau, en m^3, contenu dans le bassin A et b_n celui contenu dans le B à la fin du n-ième jour de fonctionnement.

On a donc $a_0 = 800$ et $b_0 = 1\ 400$

1) a) Quelle est la valeur de $a_n + b_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$. Justifier.

   b) Justifier que, pour tout entier naturel n : $a_{n+1} = \frac{3}{4} a_n + 330$

2) On considère l'algorithme ci-dessous qui permet de déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle a_n est supérieur ou égal à 1 100 :

Variables :	n : entier naturel a : réel
Initialisation :	n prend la valeur 0 a prend la valeur 800
Traitement :	Tant que …………………………. Faire a prend la valeur…………………. n prend la valeur………………… Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

Compléter cet algorithme **(directement sur le sujet)**

3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = a_n - 1\,320$
   a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique. (On donnera son premier terme et sa raison)
   b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n
   c) Montrer que $a_n = 1\,320 - 520 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

4) ***BONUS :*** On souhaite savoir si, un jour donné, les deux bassins peuvent avoir le même volume, au mètre cube près. Proposer une méthode pour répondre à ce problème