NOM : Prénom :

Première 6S	<u>Devoir de mathématiques</u> <i>Suites numériques</i>	26/11/15
-------------	---	----------

- Calculatrices autorisées
- Mettre son nom sur le sujet + le rendre
- Durée : 1h30

Observations :

NOTE :

Barème : Total /25 → /20

Exercice 1 : (Sur votre copie) (/ 8 pts)

Les questions 1) 2) 3) et 4) de cet exercice sont indépendantes

- 1) Soit (u_n) une suite arithmétique. Sachant que $u_5 = 12$ et $u_{32} = -5$, calculer u_{23} .
- 2) Soit (v_n) une suite arithmétique de raison 12 et de premier terme $v_0 = -3$. Calculer n pour que $v_n = 777$
- 3) Soit (w_n) suite arithmétique sachant que $w_5 + w_{10} + w_{15} = 9$ et $w_{25} = -3$. Calculer w_{32}
- 4) Soit (x_n) suite arithmétique de raison -5 et de premier terme $x_0 = 7$
 - a) On définit la suite (y_n) par $y_n = 5x_n - 6$, pour tout $n \in \mathbb{N}$
Montrer que (y_n) est arithmétique. On donnera son premier terme et sa raison.
 - b) On définit la suite (z_n) par $z_n = \frac{1}{2} y_n - \frac{5}{2} x_n$
Montrer que (z_n) est une suite constante.
 - c) Calculer $S = x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_{20}$

Exercice 2 : (Sur votre copie) (/ 7 pts)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = 3 - \sqrt{2n+5}$

- 1) Montrer soigneusement que u_n est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$
- 2) Calculer en valeurs exactes u_0 , u_1 et u_2

Etude des variations de (u_n) de deux manières différentes :

3) Méthode 1 : On sait que $u_n = f(n)$ avec f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 3 - \sqrt{2x+5}$

- a) Etudier les variations de f sur $[0; +\infty[$ en justifiant
- b) En déduire les variations de (u_n)

4) Méthode 2 :

- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{\sqrt{2n+5} + \sqrt{2n+7}}$
- b) En déduire les variations de (u_n) en justifiant

Exercice 3 : (Sur votre copie) (/ 4 pts)

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{10u_n}{10+u_n} \end{cases}$$

On admet que $u_n > 0$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) Montrer soigneusement que (u_n) n'est pas arithmétique

2) On pose $v_n = \frac{5}{u_n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = 1$

3) Exprimer v_n en fonction de n

4) En déduire l'expression de u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$

Exercice 4 : (Directement sur le sujet) (/ 4pts)

Soient (u_n) et (v_n) , deux suites telles que :

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{1}{n^2} + 5 \quad \text{et} \quad \text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, \begin{cases} v_{n+1} = \frac{5+2v_n}{7-3v_n} \\ v_0 = -1 \end{cases}$$

1) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant

(On arrondira les valeurs à 10^{-4} près) :

n	u_n	v_n
5		
6		
10		
15		
20		
30		
50		

2) Compléter la phrase suivante :

« Plus n augmente, plus u_n semble s'approcher de la valeur..... »

Exercice 5 : (Directement sur le sujet) (/ 2 pts)

On considère l'algorithme suivant :

Variables u : nombre réel i, n : entiers naturels Début u prend la valeur - 4 Saisir n Pour i allant de 1 à n Faire u prend la valeur $3u - 5$ FinPour Afficher u Fin	Réponse:
---	-----------------

1) Faire fonctionner cet algorithme pour $n = 4$ et compléter le tableau suivant :

i	1	2	3	4
u				

2) Que fait cet algorithme ? (Faire une phrase) :

.....
(BONUS + 1) 3) Dans le cadre réponse ci-dessus, réécrire l'algorithme précédent pour qu'il affiche la somme des n premiers termes de la suite (u_n)