NOM :……………………………………Prénom :……………………………………………

Première 6S	**Devoir de mathématiques** *Probabilité / Dérivation*	Jeudi 24 mars 2016

- Calculatrice autorisée
- Durée : 1h30

Exercice 1 : (2 points)

Corentin télécharge au plus cinq jeux par mois sur son smartphone.

Notons X : la variable aléatoire discrète qui compte le nombre de jeux téléchargés par mois.

La loi de probabilité de X est donnée par :

k	0	1	2	3	4	5
P(X = k)	0,13	0,28	………..	0,07	0,3	0,1

1) Calculer P(X = 2) en justifiant
2) a) Quelle est la probabilité qu'il télécharge au moins trois jeux ?
   b) Quelle est la probabilité qu'il télécharge au plus quatre jeux ?

Exercice 2 : (4 points)

Le président d'une association sportive souhaite organiser une tombola.
1 600 billets sont vendus.

- Un billet permet de gagner 1 500 €
- Deux billets permettent de gagner 500 €
- Trois billets permettent de gagner 100 €
- Cinquante billets sont remboursés
- Tous les autres sont perdants

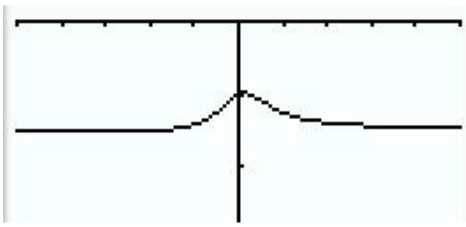
Chaque billet est vendu 5 €

On note G_1 : la variable aléatoire donnant le gain algébrique d'un joueur

1) Déterminer la loi de probabilité de G_1
2) Calculer l'espérance de G_1. Que peut-on en déduire ?
3) Calculer la variance de G_1 et son écart-type à 10^{-2} près
4) L'organisateur souhaite multiplier les gains par deux. On note G_2 : la variable aléatoire correspondant aux nouveaux gains.
   Calculer $E(G_2)$, $V(G_2)$ et $\sigma(G_2)$ en justifiant

Exercice 3 : (3 points)

Voici la courbe représentative d'une fonction f obtenue sur l'écran d'une calculatrice :



f est définie par $f(x) = \dfrac{-3x^2+\frac{1}{4}x-1}{2x^2+1}$

Léa affirme : « f admet un maximum local en 0 : on le voit bien sur la courbe »

NOM :…………………………………Prénom :…………………………………………

A l'aide d'un raisonnement rigoureux, dire si Léa a raison ou tort.

Exercice 4 : (3 points)

En détaillant votre démarche, montrer que :

$$\text{Pour tout } x > 4\text{ , } \quad \frac{x^2}{3(x-4)} \geq 5$$

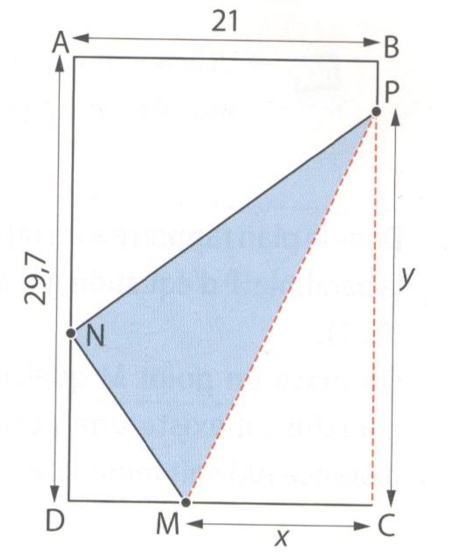
Exercice 5 : (8 points)

PARTIE A :

Soit f la fonction telle que : $f(x) = \dfrac{2x^3}{2x-21}$

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Etudier le sens de variation de la fonction f et dresser son tableau de variation.

PARTIE B :



On considère une feuille de papier rectangulaire ABCD de dimension 21 cm par 29,7 cm.

M et P sont deux points respectivement sur [DC] et [BC].
On appelle x la longueur CM et y la longueur CP.

On plie cette feuille, selon le segment [MP], en plaçant le point C sur le segment [AD].

On appelle N le point de [AD] sur lequel va se placer le point C et on s'intéresse à la longueur du pli MP.

1. Justifier (brièvement) que x appartient à] 10,5 ; 21].
2. Démontrer que DN = $\sqrt{42x-441}$.
3. Exprimer les aires des triangles MDN, MNP et PMC en fonction de x et y.
4. En exprimant de deux façons différentes l'aire du trapèze CDNP, montrer que

$$y = x\sqrt{\frac{21}{2x-21}}$$

Rappel : Aire trapèze : $\dfrac{(\text{ Grande base + petite base }) \text{ x hauteur}}{2}$

5. En déduire la longueur MP en fonction de x.
6. En déduire la valeur de x pour laquelle la longueur MP^2 est minimale. On admettra que cette valeur sera également celle qui rend la longueur MP minimale.