Première 6S	**Devoir de préparation du Bac Blanc du 14/01**	07/01/16

- Calculatrices autorisées
- Durée : 1h30

Exercice 1 :

Soit $m \in \mathbb{R}$, on considère (d_m) d'équation : $(2m - 1)x - my + 3m + 1 = 0$

1) Tracer la droite (d_0) obtenue pour m = 0 puis ensuite (d_1) et (d_{-1})
2) Montrer que toutes les droites (d_m) passent par un même point A dont on donnera les coordonnées.
3) a) Existe-t-il $m \in \mathbb{R}$, tel que (d_m) passe par le point B(-1 ; 4) ?
   b) Existe-t-il $m \in \mathbb{R}$, tel que (d_m) soit de vecteur directeur $\vec{u}$ (2 ; -1)

Exercice 2 :

Dans un repère orthogonal du plan, on considère :

A(5 ; -2) , B(-3 ; 2) , C(1 ; - 4) et $\vec{u}$ (7 ; -1)

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d), de vecteur directeur $\vec{u}$ et passant par A
3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_1) // (AB) et passant par le point C
4) a) Montrer que (d) et (d_1) sont sécantes
   b) Calculer les coordonnées de leur point d'intersection I

Exercice 3 :

On considère un triangle ABC et les points D, E et F définis par :

$$\overrightarrow{AC} = 2\ \overrightarrow{AD} \quad , \quad \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\ \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{BF}$$

On va montrer que les points D, E et F sont alignés de deux manières différentes.

1) Dans le repère (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$) :
   a) Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure en justifiant
   b) Montrer que les points D, E et F sont alignés

2) Vectoriellement :
   a) Exprimer $\overrightarrow{DE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$
   b) Exprimer $\overrightarrow{DF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$
   c) Conclure

Exercice 4 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{4}{5} u_n - 1 \\ u_0 = \quad -2 \end{cases}$$

1) a) Calculer u_1 et u_2
   b) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique avec soin.

2) a) Tracer dans un même repère les droites d'équations respectives :
   $y = x$ et $y = \frac{4}{5} x - 1$
   b) Représenter dans le repère précédent les premiers termes de la suite (u_n)
   c) A l'aide de la calculatrice et en utilisant la représentation graphique précédente, conjecturer le comportement à l'infini de la suite (u_n). Faire une phrase.

3) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n + 5$
   a) Montrer que (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison
   b) Exprimer v_n en fonction de n
   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

4) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$
   et $T_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$
   a) Exprimer S_n en fonction de n
   b) En déduire l'expression de T_n en fonction de n
   c) Quel sera le comportement de (T_n) à l'infini ? Justifier.

Exercice 5 :

Calculer la somme suivante en justifiant :

$$S = 3 + \frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \ldots + \frac{3}{15\,625}$$