

Exercice 1:

1) $\cos x = \frac{1}{2}$

$\cos \frac{\pi}{3} = \cos(-\frac{\pi}{3})$

Ds $]-\pi; \pi]$;

$S = \left\{ \frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3} \right\} \rightarrow \text{Rep B}$

Corrigé du DS

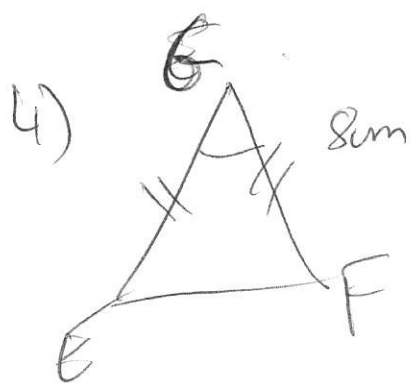
Ds 112:

$S_{112} = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

2) $\sin(\pi - x) + \cos(\pi - x) + \cos(-x) = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x \rightarrow \text{Rep C}$

3) $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{7}$ ~~donc~~ $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi [2\pi]$
 $= \frac{\pi}{7} + \pi [2\pi]$
 $= \frac{8\pi}{7} [2\pi]$
 $= -\frac{6\pi}{7} [2\pi]$

or $-\frac{6\pi}{7} \in]-\pi; \pi] \rightarrow \text{Rep B}$



$\vec{GE} \cdot \vec{GF} = \|\vec{GE}\| \times \|\vec{GF}\| \times \cos \widehat{EGF}$
 $= 64 \times \cos \widehat{EGF} = 32\sqrt{3}$
 $\Rightarrow \cos \widehat{EGF} = \frac{32\sqrt{3}}{64}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\widehat{EGF} = 30^\circ \rightarrow \text{Rep A}$

5) $(x+3)^2 + (y-5)^2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{16} \rightarrow \text{Rep B}$

Exercice (2):

(2)

1) $A(5; -3)$ $B(-2; -3)$ $L(8; -9)$ $R(2; -1)$

$$\vec{AL}(x_L - x_A; y_L - y_A) \quad \vec{BR}(x_R - x_B; y_R - y_B)$$

$$(3; -6)$$

$$(4; 2)$$

On a: $\vec{AL} \cdot \vec{BR} = 3 \times 4 + (-6) \times 2 = 12 - 12 = 0$

d'où $\vec{AL} \perp \vec{BR}$, on $\vec{AL}$ vecteur directeur de (AL)
 $\vec{BR}$ ————— $-(BR)$

donc $\boxed{(AL) \perp (BR)}$

2) $(d_1): -3x + 6y - 1 = 0$

Soit $M(x; y) \in (d_2)$. $\vec{AM}(x-2; y-1)$

Soit $\vec{u}(-5; -3)$ vecteur directeur de (d_1) .

comme $(d_1) \perp (d_2)$: $\vec{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{u} = 0$

$$\Leftrightarrow -5(x-2) - 3(y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x + 10 - 3y + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x - 3y + 13 = 0$$

Equation cartésienne de (d_2) .

3) Soit (Δ) : la médiatrice de $\{EF\}$

Intersection de $\{EF\}$: $I\left(\frac{x_E + x_F}{2}; \frac{y_E + y_F}{2}\right)$

$$\left(\frac{5 + (-2)}{2}; \frac{-1 + 4}{2}\right)$$

$$\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Soit $M(x; y) \in (\Delta)$: $\vec{IM}\left(x - \frac{3}{2}; y - \frac{3}{2}\right)$ est un vecteur directeur de (Δ)

$$\vec{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$$

$$(-7; 5)$$

comme $(\Delta) \perp (EF)$, alors:

$$\vec{EF} \perp \vec{IM} \Leftrightarrow \vec{EF} \cdot \vec{IM} = 0$$

$$\Leftrightarrow -7\left(x - \frac{3}{2}\right) + 5\left(y - \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -7x + 5y + 13 = 0 \text{ (Eq de } (\Delta))$$

$$4) x^2 + y^2 + 4x - 10y - 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + y^2 - 10y = 35$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 + (y-5)^2 - 25 = 35$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-5)^2 = 64$$

c'est le cercle de centre $I(-2; 5)$ et de rayon $\sqrt{64} = 8 \text{ cm}$

$$5) \|\vec{u}\| = 4 \quad \|\vec{v}\| = 6 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -2$$

$$\begin{aligned} \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 &= (\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u} \cdot \vec{u} - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{v} \\ &= \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2 \\ &= 16 - 2 \times (-2) + 36 \\ &= 16 + 4 + 36 \\ &= 56 \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \|\vec{u} - \vec{v}\| = \sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = 2\sqrt{14}$$

Méthode (1):
6) ~~Considérons~~ le repère $(B; \vec{i}, \vec{j})$ d'origine B (repère orthonormé).

$B(0;0), A(0;2), E(1;0), C(4;0), D(4;2)$

$$\vec{AE}(1; -2) \quad \vec{BD}(4; 2) \quad \text{d'où } \vec{AE} \cdot \vec{BD} = 1 \times 4 + (-2) \times 2 = 0, \text{ d'où } \boxed{(\vec{AE}) \perp (\vec{BD})}$$

Méthode (2):

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BE} \quad \text{et} \quad \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} \quad (\text{relation de Chasles})$$

$$\text{d'où } \vec{AE} \cdot \vec{BD} = (\vec{AB} + \vec{BE}) \cdot (\vec{BC} + \vec{CD})$$

$$= \vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BE} \cdot \vec{BC} + \vec{BE} \cdot \vec{CD}$$

$$= \vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BE} \cdot \vec{BC} \quad (\text{car comme } ABCD \text{ est un rectangle, } \vec{AB} \perp \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$$

$$= -AB \times AB + BE \times BC \quad \text{et } \vec{BE} \perp \vec{CD} \Leftrightarrow \vec{BE} \cdot \vec{CD} = 0)$$

$$(\text{car } \vec{AB} = -\vec{CD})$$

et $\vec{BE}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires, de même sens)

$$= -2^2 + 1 \times 4 = -4 + 4 = 0 \quad \text{d'où } \boxed{(\vec{AE}) \perp (\vec{BD})}$$