

Second degréExercice (1):

$$q \in [0; 100]$$

$$C(q) = 0,05q^2 + q + 80$$

Attention : q est exprimé en milliers

$$1) \text{ Coût fixe} = C(0)$$

$$= 80$$

Donc le coût fixe est de 80 000 €

$$2) C(q) \geq 200$$

$$\Leftrightarrow 0,05q^2 + q + 80 \geq 200$$

$$\Leftrightarrow 0,05q^2 + q - 120 \geq 0$$

$$\begin{cases} a = 0,05 \\ b = 1 \\ c = -120 \end{cases}$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 0,05 \times (-120)$$

$= 25 > 0$ d'où le trinôme admet deux racines distinctes.

$$q_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 5}{2 \times 0,05} = 40$$

$$q_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 5}{2 \times 0,05} = -60$$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines

$$\text{Or } a = 0,05 > 0$$

$$\text{D'où } 0,05q^2 + q - 120 \geq 0 \text{ pour } q \in [40; 100]$$

Donc : Le coût de production est supérieur à 200 000 €
pour une quantité supérieure à 40 000 voitures.

$$3) \text{ Recette} = 40\,000 \times 6\,000$$

$$= 240\,000\,000$$

La recette est alors de 240 millions d'euros

$$4) \underline{R(q) = 6q} \text{ (car chaque véhicule est vendu 6000 €).}$$

5) Bénéfice = Recette - coût de production.

(2)

D'au: $B(q) = R(q) - C(q)$
 $= 6q - 0,05q^2 - q - 80$

Donc $B(q) = -0,05q^2 + 5q - 80$

6) Pour réaliser un bénéfice: $B(q) > 0$

$\Rightarrow -0,05q^2 + 5q - 80 > 0$ $\begin{cases} a = -0,05 \\ b = 5 \\ c = -80 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 25 - 4 \times (-0,05) \times (-80)$

$= 9 > 0$ d'au le trinôme admet deux racines distinctes

$q_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 3}{-2 \times 0,05} = 20$

$q_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 3}{-2 \times 0,05} = 80$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines

Or, $a = -0,05 < 0$

Donc: $-0,05q^2 + 5q - 80 > 0$ pour $q \in]20; 80[$

Pour réaliser un bénéfice, il faut vendre plus de 20 000 véhicules, mais moins de 80 000

7) On a $B(x) = -0,05(x-50)^2 + 45$

Forme canonique de B : $B(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

d'au par identification: $\begin{cases} a = -0,05 \\ \alpha = 50 \\ \beta = 45 \end{cases}$

$a < 0$, d'au B est croissante, puis décroissante

β est le maximum de B atteint en $x = \alpha = 50$
 Avec 50 000 véhicules vendus, le bénéfice est maximum et vaut 45 000 €

Exercice (3):

(3)

$$d = \frac{v}{5} + \frac{v^2}{150}$$

a) $v = 120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

$$d = \frac{120}{5} + \frac{(120)^2}{150}$$

$$= 120$$

Une voiture qui roule à $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a une distance d'arrêt de 120 m

b) $d = 72 \text{ m}$

$$\text{d'où } \frac{v}{5} + \frac{v^2}{150} = 72$$

$$\Leftrightarrow \frac{30v + v^2}{150} = \frac{10800}{150}$$

$$\Leftrightarrow v^2 + 30v - 10800 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 30 \\ c = -10800 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 30^2 - 4 \times 1 \times (-10800)$$

$$= 44100 > 0 \quad \text{deux solutions distinctes}$$

$$v_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-30 + \sqrt{44100}}{2}$$

$$= \frac{-30 + 210}{2}$$

$$= 90$$

$$\text{et } v_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-30 - 210}{2}$$

< 0 impossible

car une vitesse est

toujours positive.

Au début du freinage, la vitesse du véhicule

est de $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

c) $d < 60 \Leftrightarrow \frac{v}{5} + \frac{v^2}{150} < 60$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2 + 30v}{150} < \frac{60 \times 150}{150}$$

$$\Leftrightarrow v^2 + 30v - 9000 < 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 30^2 - 4 \times 1 \times (-9000) = 36900 > 0$$

Le trinôme admet 2 racines distinctes:

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-30 + \sqrt{36900}}{2} \\&= \frac{-30 + 30\sqrt{41}}{2} \\&= -15 + 15\sqrt{41}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\&= \frac{-30 - \sqrt{36900}}{2}\end{aligned}$$

$\approx < 0$ impossible.

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines.

Or, $a = 1 > 0$, d'où $v^2 + 30v - 9000 < 0$

pour $v \in \left[0; -15 + 15\sqrt{41}\right[$

Il faut avoir une vitesse inférieure à $\approx 81 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, pour s'arrêter sur moins de 60m.