CORRIGÉ

Première 6S	**Contrôle n°1 : Second degré** *Trinômes*	10/09/15

– *Calculatrice interdite*

– *Durée : 45 min*

Exercice 1 :

Soit $f(x) = 5x^2 - 7x + 2$ $\begin{cases} a = 5 \\ b = -7 \\ c = 2 \end{cases}$

1) Calculer les coordonnées du sommet S de la parabole représentant f dans un repère orthogonal du plan. $S(\alpha ; \beta)$ $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{7}{10}$

$$\beta = f\left(\frac{7}{10}\right) = 5\times\left(\frac{7}{10}\right)^2 - 7\times\frac{7}{10} + 2 = 5\times\frac{49}{100} - \frac{49}{10} + 2 = \frac{49}{20} - \frac{98}{20} + \frac{40}{20} = -\frac{9}{20}$$

$\boxed{S\left(\frac{7}{10} ; \frac{-9}{20}\right)}$

2) En déduire les variations de f en justifiant :

$a = 5 > 0$, d'où f est d'abord décroissante, puis croissante.

x	$-\infty$	$\frac{7}{10}$	$+\infty$
variation de f	↘	$-\frac{9}{20}$	↗

Exercice 2 : Déterminer la forme canonique des trinômes suivants :

$f(x) = -2x^2 + 6x - 1$	$g(x) = (-x + 1)(x - 3)$
$f(x) = -2(x^2 - 3x) - 1$ $= -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] - 1$ $= -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2\right] + \frac{9}{2} - \frac{2}{2}$ $= \underline{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}}$	$g(x) = -x^2 + 3x + x - 3$ $= -x^2 + 4x - 3$ $= -(x^2 - 4x) - 3$ $= -\left[(x-2)^2 - 4\right] - 3$ $= \underline{-(x-2)^2 + 1}$

Exercice 3 :

Soit h définie sur ℝ par $h(x) = (\ \ x - 1)(2x + 3)$

Déterminer le minimum de h sur ℝ en justifiant.

$h(x) = 2x^2 + 3x - 2x - 3$

$= 2x^2 + x - 3$

comme $a = 2 > 0$, la parabole représentant h sera orientée vers le haut

β sera donc le minimum de h sur ℝ.

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{4}$

$\beta = h(\alpha) = h\left(-\frac{1}{4}\right) = 2\times\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) - 3 = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{24}{8} = -\frac{25}{8}$

$-\frac{25}{8}$ est le minimum de h sur ℝ.

Exercice 4 :

Soit $f(x) = -5(x + 2)^2 - 7$

1) Déterminer en justifiant les coordonnées du sommet S de la parabole représentant f

2) Calculer les éventuels antécédents de – 7 par f.

1) c'est l'écriture canonique de f : or $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

d'où $\begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = -7 \end{cases}$ $a = -5$ Donc $\underline{S(-2 ; -7)}$

2) $\underline{x \text{ antécédent de } -7 \text{ par } f} \iff f(x) = -7 \iff -5(x+2)^2 \cancel{-7} = \cancel{-7}$

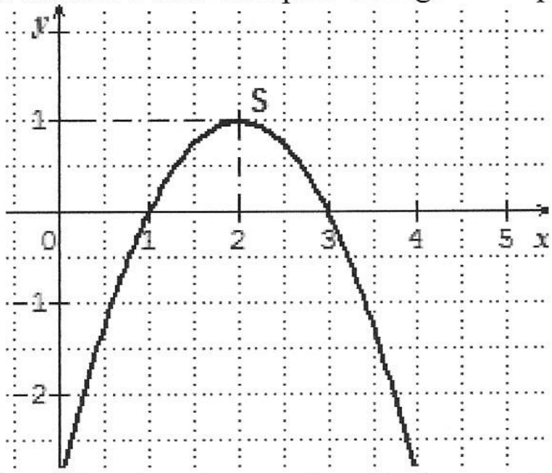
$\iff -5(x+2)^2 = 0$

$\iff x + 2 = 0$

$\iff x = -2$

Exercice 5 :

On a représenté ci-dessous un trinôme f dans un repère orthogonal du plan :



En justifiant toute la démarche, déterminer l'expression développée et réduite de f :

Forme canonique de f : $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

avec $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$ d'où $f(x) = a(x-2)^2 + 1$

Or, $f(1) = 0$, d'où $a(1-2)^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow a + 1 = 0$

$\Leftrightarrow a = -1$

Donc $f(x) = -(x-2)^2 + 1 = -x^2 + 4x - 4 + 1$

$\underline{f(x) = -x^2 + 4x - 3}$

Exercice 6 :

a) $15 = -(45x-72)^2$

Or, $(45x-72)^2 \geq 0$ car c'est un carré de nombres réels

d'où $-(45x-72)^2 \leq 0$

ce qui est contradictoire

Donc $\underline{S = \emptyset}$

b) $(3x+2)^2 = (x-6)^2$

$\Leftrightarrow (3x+2)^2 - (x-6)^2 = 0$ $\quad (A^2 - B^2 = (A+B)(A-B))$

$\Leftrightarrow (3x+2+x-6)(3x+2-x+6) = 0$

$\Leftrightarrow (4x-4)(2x+8) = 0$

$\Leftrightarrow 4(x-1) \times 2(x+4) = 0$

$\Leftrightarrow 8(x-1)(x+4) = 0$

$\Leftrightarrow x-1 = 0$ ou $x+4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -4$

$\underline{S = \{1 ; -4\}}$