

Exercice 1 :

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$. Supposons que f admette deux racines distinctes x_1 et x_2 .

Alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$= a(x^2 - x(x_2 + x_1) + x_1x_2)$$

Posons $S = x_1 + x_2$ et $P = x_1 \times x_2$

On montre alors que x_1 et x_2 sont solutions de l'équation $x^2 - Sx + P = 0$

Application 1 : Déterminer deux nombres tels que leur somme vaut 2 et leur produit - 35

Application 2 : Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 2xy + 8 = 0 \end{cases}$$

Application 3 : Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 73 \\ xy = -24 \end{cases}$$

Exercice 2 :

1) On souhaite résoudre l'équation (E) : $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$

On pose $X = x^2$ (changement d'inconnue)

a) Montrer que résoudre (E) revient à résoudre (E') : $3X^2 - 2X - 1 = 0$

b) Résoudre (E')

c) En déduire la résolution de (E)

2) On souhaite résoudre sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, l'équation (E'') : $\frac{3}{(1+x)^2} - \frac{2}{1+x} - 1 = 0$

Procéder de manière analogue à ce qui a été fait dans la partie 1) pour résoudre cette équation.

Exercice 3 :

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ xy = -10 \end{cases}$$