Première 6S	Devoir de maths <i>Suites</i>	10/12/14
-------------	---	----------

- Calculatrice autorisée
- Durée : 45 min

Exercice 1 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - 1 \\ u_0 = -2 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1 et u_2
b) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique avec soin.
- 2) a) Tracer dans un même repère les droites d'équations respectives :
 $y = x$ et $y = \frac{4}{5}x - 1$
b) Représenter dans le repère précédent les premiers termes de la suite (u_n)
c) A l'aide de la calculatrice et en utilisant la représentation graphique précédente, conjecturer le comportement à l'infini de la suite (u_n) . Faire une phrase.
- 3) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n + 5$
a) Montrer que (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison
b) Exprimer v_n en fonction de n
c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 4) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
et $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
a) Exprimer S_n en fonction de n
b) En déduire l'expression de T_n en fonction de n
c) Quel sera le comportement de (T_n) à l'infini ? Justifier. **(BONUS)**

Exercice 2 :

Calculer la somme suivante en justifiant :

$$S = 3 + \frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \dots + \frac{3}{15625}$$

Exercice 3 :

Yannick N, chef d'entreprise, a décidé de verser en 2013 à ses salariés une prime de 500 € pour les fêtes de fin d'année.

Cette prime initiale est notée p_0 .

Tous les ans, cette prime est revalorisée de 12 €.

Notons p_n : la prime obtenue à la fin de l'année 2013 + n .

- 1) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n
- 2) En déduire l'expression de p_n en fonction de n
- 3) Calculer le montant de la prime en 2023
- 4) Quel montant total recevra alors chaque employé de 2013 à 2023 incluse ? Justifier.
- 5) Reprendre les questions 1) à 4) en considérant que la prime est revalorisée de 2 % par an.