NOM :..

Première 6S	Corrigé du **Contrôle de mathématiques** *Trigonométrie*	Fait le 22/04/15

– Calculatrice autorisée
- Durée : 45 min

Total /15 → /20

Exercice 1 : /5

1) Placer sur le cercle trigonométrique les points suivants **sans justifier**

$$A(\frac{\pi}{6}),\ B(\frac{3\pi}{4}),\ C(\frac{25\pi}{3}),\ D(\frac{-37\pi}{6}),\ E(-\frac{51\pi}{2})$$

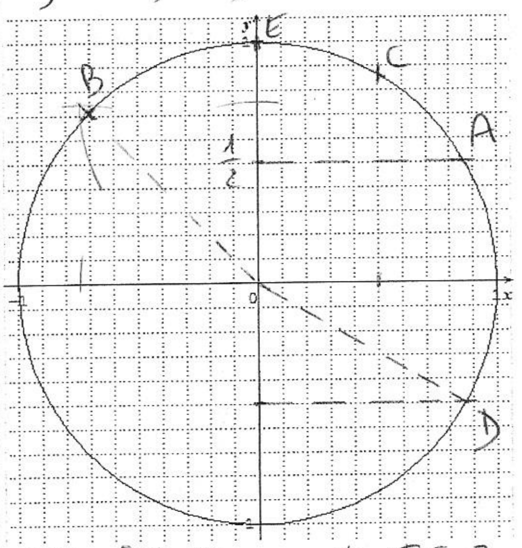
2) a) Donner une définition de la valeur principale d'un angle orienté :

La valeur principale d'un angle orienté de vecteurs est la mesure qui se situe dans $]-\pi;\pi]$ | 1

b) Déterminer la valeur principale de chaque angle de l'exercice en justifiant dans le cadre :

$\frac{25\pi}{3} = \frac{24\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 8\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ $\frac{-37\pi}{6} = -\frac{36\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -6\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}\ [2\pi]$

4x0,5



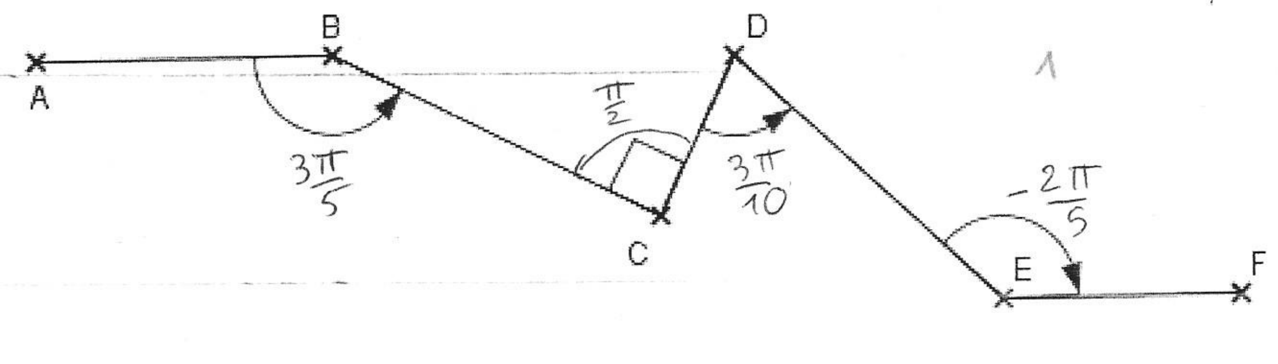
$\frac{-51\pi}{2} = -\frac{52\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = -26\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

Cercle trigonométrique

- $\frac{\pi}{6} \in]-\pi;\pi]$ d'où $\frac{\pi}{6}$ mesure principale 0,25
- $\frac{3\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$ d'où $\frac{3\pi}{4}$ mesure principale. 0,25
- $\frac{25\pi}{3} \notin]-\pi;\pi]$, $\frac{25\pi}{3} - 8\pi = \frac{25\pi}{3} - \frac{24\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \in]-\pi;\pi]$ 0,5
  d'où $\frac{\pi}{3}$ est la mesure principale.
- $-\frac{37\pi}{6} \notin]-\pi;\pi]$, $-\frac{37\pi}{6} = -\frac{36\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -6\pi - \frac{\pi}{6}$ 0,5
  avec $-\frac{\pi}{6} \in]-\pi;\pi]$ donc $-\frac{\pi}{6}$ est la mesure principale.
- $-\frac{51\pi}{2} \notin]-\pi;\pi]$, $-\frac{51\pi}{2} = -\frac{52\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = -26\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ avec $\frac{\pi}{2} \in]-\pi;\pi]$
  Donc $\frac{\pi}{2}$ est la mesure principale 0,5

Exercice 2 : /5

On considère la ligne brisée suivante :



Données : On donne des mesures des angles orientés suivants en radians :

$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{3\pi}{5}$ $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{2}$ $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) = \frac{3\pi}{10}$ $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = -\frac{2\pi}{5}$

1) Compléter la figure précédente avec ces valeurs

2) Montrer soigneusement que (AB) // (EF) en déterminant une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EF})$

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EF}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}) + (\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EF})\ [2\pi]$

(D'après la relation de Chasles)

$= (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \pi + (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) + \pi + (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) + \pi + (\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) + \pi\ [2\pi]$

(D'après la propriété : $(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi\ [2\pi]$)

$= \frac{3\pi}{5} + \left(-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{3\pi}{10} + \left(-\frac{2\pi}{5}\right) + 4\pi\ [2\pi]$

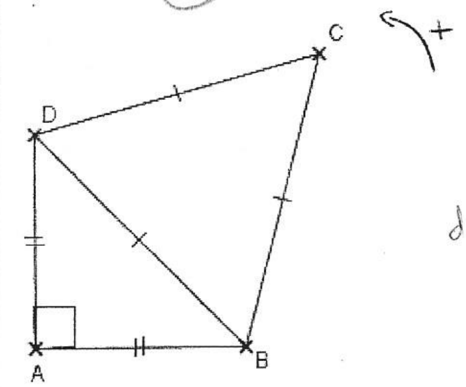
$= \frac{6\pi}{10} - \frac{5\pi}{10} + \frac{3\pi}{10} - \frac{4\pi}{10}\ [2\pi]$ 4

$= 0\ [2\pi]$ Une mesure de l'angle $(\vec{AB}, \vec{EF})$ est 0

Par conséquent : $\vec{AB}$ et $\vec{EF}$ sont colinéaires (et de même sens)

autrement dit : $(AB) // (EF)$

Exercice 3 : 5



ABD triangle rectangle isocèle en A
DBC triangle équilatéral
Avec :

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

et $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$

1) Montrer que $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA}) + \pi[2\pi]$

$(\vec{DC}, \vec{BA}) = (\vec{DC}, \vec{DB}) + (\vec{DB}, \vec{BA})\ [2\pi]$ 2

(d'après la relation de Chasles)

d'où $(\vec{DC}, \vec{BA}) = (\vec{DC}, \vec{DB}) + (\vec{BD}, \vec{BA}) + \pi\ [2\pi]$

(d'après la propriété : $(-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi\ [2\pi]$)

2) En déduire l'ensemble des valeurs de $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA})$

D'après 1), $(\vec{DC}, \vec{BA}) = (\vec{DC}, \vec{DB}) + (\vec{BD}, \vec{BA}) + \pi\ [2\pi]$

$= -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \pi\ [2\pi]$

(car DBC équilatéral et ABD rectangle isocèle) 3

$= -\frac{4\pi}{12} + \frac{3\pi}{12} + \frac{12\pi}{12}\ [2\pi]$

$= \frac{11\pi}{12}\ [2\pi]$

Une mesure de $(\vec{DC}, \vec{BA})$ est donc $\frac{11\pi}{12}$