

Exercice (1):

1) $A(5; -3)$ $B(-2; 1)$, $C(0; -\frac{1}{7})$ et $D(-1; 6)$

$$\overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$(-7; 4)$$

$$\overrightarrow{AC} (x_C - x_A; y_C - y_A)$$

$$(-5; -\frac{1}{7} + 3)$$

$$(-5; \frac{20}{7})$$

On a:

$$\left. \begin{array}{l} x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\overrightarrow{AC}} = -7 \times \frac{20}{7} = -20 \\ y_{\overrightarrow{AB}} \times x_{\overrightarrow{AC}} = 4 \times (-5) = -20 \end{array} \right\} \text{d'où } x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\overrightarrow{AC}} = y_{\overrightarrow{AB}} \times x_{\overrightarrow{AC}}$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires avec un point commun } Donc A, B et C sont alignés.

2) a) $\overrightarrow{AB} (-7; 4)$ vecteur directeur de (AB)

on pose $\begin{cases} -b = -7 \\ a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 7 \end{cases}$

N'a une équation cartésienne de (AB): $4x + 7y + c = 0$

Or, $A \in (AB) \Leftrightarrow 4 \times 5 + 7 \times (-3) + c = 0$

$\Leftrightarrow c = 1$

Donc: (AB): $4x + 7y + 1 = 0$

b) $C(0; -\frac{1}{7})$: $4 \times 0 + 7 \times (-\frac{1}{7}) + 1 = 0 - 1 + 1 = 0$

Les coordonnées de C vérifient une équation cartésienne de (AB)

N'a $C \in (AB)$ c'est-à-dire A, B et C sont alignés

3) $x_E = \frac{3}{2}$ comme $E \in (AB)$, $4x_E + 7y_E + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 4 \times \frac{3}{2} + 7y_E = -1$

$\Leftrightarrow 7y_E = -7$

$\Leftrightarrow y_E = -1$

Donc $E(\frac{3}{2}; -1)$

4) Comme (d) // (AB), une équation cartésienne de (AB) est:

(d): $4x + 7y + c = 0$

Comme $D \in (d)$, alors $4 \times (-1) + 7 \times 6 + c = 0 \Leftrightarrow -4 + 42 + c = 0$

Donc: (d): $4x + 7y - 38 = 0$

$\Leftrightarrow c = -38$

5) La médiane issue de C du triangle ABC passe par C et par (2)
le milieu de [AB].

Notons M, ce milieu.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{5 + (-2)}{2} = \frac{3}{2} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

N'ai M($\frac{3}{2}$; -1)

$$\begin{cases} \vec{CM}(x_M - x_C; y_M - y_C) \\ (\frac{3}{2} - 0; -1 + \frac{1}{2}) \\ (\frac{3}{2}; -\frac{6}{2}) \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \vec{CM} \text{ est un vecteur directeur de } (CM) \\ \text{on pose } \begin{cases} -b = \frac{3}{2} \\ a = -\frac{6}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{6}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{array} \right\}$$

N'ai CCM): $-\frac{6}{2}x - \frac{3}{2}y + c = 0$

or, C ∈ CCM) $\Rightarrow -\frac{3}{2} \times (-\frac{1}{2}) + c = 0$

$\Rightarrow \frac{3}{4} + c = 0 \Rightarrow c = -\frac{3}{4}$

Donc: CCM): $-\frac{6}{2}x - \frac{3}{2}y - \frac{3}{4} = 0$

Exercice (2): I milieu de [AB], $\vec{DK} = \frac{2}{3}\vec{DI}$

1) a) $\vec{DK} = \vec{DA} + \vec{AK}$ (d'après la relation de Chasles)
 $= \frac{2}{3}\vec{DI} = \frac{2}{3}(\vec{DA} + \vec{AI})$ (relation de Chasles)

N'ai: $\frac{1}{3}\vec{DA} + \vec{AK} = \frac{2}{3}\vec{AI}$ or, I est le milieu de [AB]
 $\frac{1}{3}\vec{DA} + \vec{AK} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\vec{AB}$
 $\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$

b) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$, (car ABCD rectangle)

c) De manière évidente, $\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AC}$

N'ai les vecteurs $\vec{AK}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires, avec un point commun, donc A, K et C sont alignés

2) a) $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ sont non-colinéaires, donc $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$ est un repère du plan

b) A(0; 0) car c'est l'origine du repère.

on a $\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$ d'où K($\frac{1}{3}; \frac{1}{3}$) et $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$
Donc C(1; 1).

c) $\vec{AK}(\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$, $\vec{AC}(1; 1)$ d'où $\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ (vecteurs colinéaires)
avec un point commun | donc A, K et C alignés