Corrigé du DM

Application à la Physique

$$\begin{cases} x(t) = v_0 (\cos\alpha)\, t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 (\sin\alpha)\, t + h \end{cases}$$

1) On suppose $v_0 \neq 0$ et $\alpha \neq 90°$ d'où $\cos\alpha \neq 0$

on a : $t = \dfrac{x(t)}{v_0 \cos\alpha}$ (avec la 1ère équation)

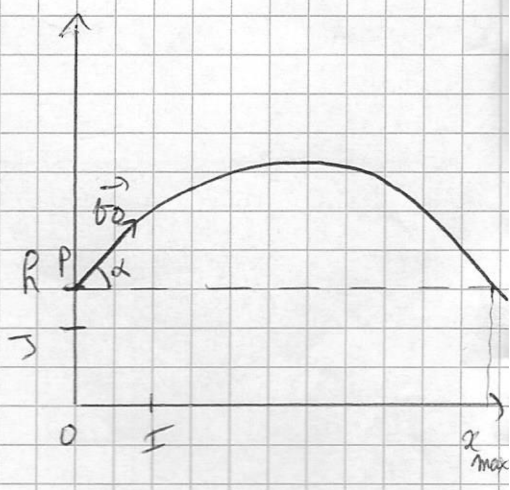
1

On remplace t par son expression dans la 2ième : y

$$y(t) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{v_0^2 (\cos\alpha)^2}\right) + \cancel{v_0} (\sin\alpha) \times \frac{x}{\cancel{v_0} \cos\alpha} + h$$

$$= -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} x + h$$

$$\boxed{y(x) = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + (\tan\alpha) \times x + h}$$



2) $h = 0$:

a) $y(x) = 0 \iff -\dfrac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + (\tan\alpha) x = 0$

$$\iff x \left(-\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x + \tan\alpha\right) = 0$$

2

$$\iff x = 0 \text{ ou } -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x + \tan\alpha = 0$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } \quad x = \tan\alpha \times \frac{2 v_0^2 \cos^2\alpha}{g} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times \frac{2 v_0^2 \cos^2\alpha}{g}$$

$$= \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

on a $\boxed{x_{max} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$

1,5

b) v_0 : fixe alors $\dfrac{v_0^2}{g}$ est donc une constante et $0 \leq \sin 2\alpha \leq 1$

x_{max} atteint alors sa valeur la plus élevée quand $\sin 2\alpha = 1$

c'est-à-dire $2\alpha = 90°$ d'où $\underline{\alpha = 45°}$

c) $v_0 = 333\,m/s$ $\quad \alpha = 45^0$

$$x_{max} = \frac{v_0^2}{g} \quad (\text{car } \sin 2\alpha = 1)$$

1

$$= \frac{333^2}{9{,}81} \simeq \underline{11\,304\,m}$$

d) En réalité, la portée est inférieure à cette valeur car précédemment les frottements dus à l'air ont été négligés. 1

3) a) On sait d'après la question 1) : $y(x) = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + h$

$$\begin{cases} a = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha} \\ b = \tan\alpha \\ c = h \end{cases}$$

<u>Coordonnées du sommet S</u>

$$S\left(-\frac{b}{2a}\,;\,y\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

Or, $-\frac{b}{2a} = -\tan\alpha \times \left(-\frac{2v_0^2\cos^2\alpha}{2g}\right) = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$

$$= \frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$ 2

D'où $y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y\left(\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}\right)$

$$= -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\left(\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}\right)^2 + \tan\alpha\left(\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}\right) + h$$

$$= -\frac{v_0^{4\,2}\sin^2\alpha\cancel{\cos^2\alpha}}{2\cancel{v_0^2}\cancel{\cos^2\alpha}\,g} + \frac{\sin\alpha}{\cancel{\cos\alpha}} \times \frac{v_0^2\sin\alpha\cancel{\cos\alpha}}{g} + h$$

$$= \frac{-v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + \frac{2v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + h$$

$$= \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + h$$ Donc $\underline{S\left(\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}\,;\,\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + h\right)}$

b) $\alpha = 90^0$ $\quad v_0 = 820\,m/s$

D'après la question 3a), l'altitude atteinte (en négligeant les frottements dus à l'air)

est : $\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + h = \frac{820^2 \times 1^2}{2 \times 9{,}81} + 0 \simeq 34\,271$

L'obus pourrait atteindre <u>34 271 m</u> 1,5