1ère 6S

Correction du contrôle n°3 (Fait le 18/10)

Exercice ①

1) $f(x)=\sqrt{-7x+2}$. f est définie si et seulement si $-7x+2 \geq 0$

si et seulement si $2 \geq 7x$

c'est-à-dire $x \leq \frac{2}{7}$

D'où $\underline{D_f = \left]-\infty ; \frac{2}{7}\right]}$

2) $g(x)=\sqrt{x^2-6x-16}$. g est définie si et seulement si $x^2-6x-16 \geq 0$

Calcul de Δ : $\Delta = b^2-4ac$

$= (-6)^2-4\times(-16)$

$= 36+64 = 100 > 0$ d'où le trinôme admet deux racines.

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6+10}{2} = 8$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6-10}{2} = -2$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines. Or, $a=1>0$

D'où $\underline{D_g =]-\infty ; -2] \cup [8 ; +\infty[}$

3) $h(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{2x^2-\frac{4}{3}x+\frac{2}{9}}}$ h est définie si et seulement si $2x^2-\frac{4}{3}x+\frac{2}{9} > 0$

Calcul de Δ : $\Delta = b^2-4ac$

$= \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 4\times 2\times\frac{2}{9}$

$= \frac{16}{9}-\frac{16}{9} = 0$ d'où le trinôme n'admet qu'une seule racine.

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{1}{3}$. Le trinôme est toujours du signe de a (ici $a=2>0$) et s'annule en $\frac{1}{3}$

Donc : $\underline{D_h = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}}$

Exercice ③ :

$f(x) = \sqrt{-4x^2-12x+40}$

1) f est définie $\iff -4x^2-12x+40 \geq 0$

Calcul de Δ : $\Delta = b^2-4ac$

$= (-12)^2-4\times(-4)\times 40$

$= 144+640$

$= 784 > 0$ d'où le trinôme admet 2 racines

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12+28}{-8} = -5$ et

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12-28}{-8} = \frac{-16}{-8} = 2$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines. Ici, $a=-4<0$.

D'où $\underline{D_f = [-5 ; 2]}$

2) $u(x) = -4x^2 - 12x + 40$ $\begin{cases} a = -4 \\ b = -12 \\ c = 40 \end{cases}$

a) $a = -4 < 0$. D'où u est d'abord strictement croissante, puis strictement décroissante

Abscisse du maximum de u : $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-12)}{2\times(-4)} = \dfrac{12}{-8} = \dfrac{3\times\cancel{4}}{-2\times\cancel{4}} = -\dfrac{3}{2}$

Ordonnée du maximum de u : $\beta = u(\alpha) = u\left(-\frac{3}{2}\right)$

$= -4\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 12\times\left(-\frac{3}{2}\right) + 40$

$= -4\times\frac{9}{4} + 18 + 40$

$= -9 + 58 = 49$

D'où le tableau de variation de u :

x	-5		$-\frac{3}{2}$		2
Variations de u	0	$\nearrow$	49	$\searrow$	0

$u(-5) = -4\times(-5)^2 - 12\times(-5) + 40$

$= -100 + 60 + 40$

$= 0 = u(2)$

b) $f = \sqrt{u}$. f est définie sur $[-5;2]$ et ses variations sont les mêmes que celles de u :

x	-5		$-\frac{3}{2}$		2
Variation de f	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	0

$\sqrt{49} = 7$

Exercice 4 :

1) g est définie sur $\mathbb{R}$. $D_g = \mathbb{R}$

2) D'après l'exercice 3, $-4x^2 - 12x + 40 \geqslant 0$ pour $x \in [-5;2]$

d'où $-4x^2 - 12x + 40 \leqslant 0$ pour $x \in]-\infty;-5] \cup [2;+\infty[$

On a : $g(x) = \begin{cases} -4x^2 - 12x + 40, & \text{pour } x \in [-5;2] \\ 4x^2 + 12x - 40, & \text{pour } x \in]-\infty;-5] \cup [2;+\infty[\end{cases}$

Considérons : $u(x) = -4x^2 - 12x + 40$ et $v(x) = 4x^2 + 12x - 40$

On a déjà les variations de u (Exercice 3). Pour v, comme $v = -u$, les variations ~~de v~~ sont contraires de celles de u.

D'où le tableau de variation de g :

x	$-\infty$	-5	$-\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
Variations de g	↘	0 ↗	49 ↘	0 ↗	

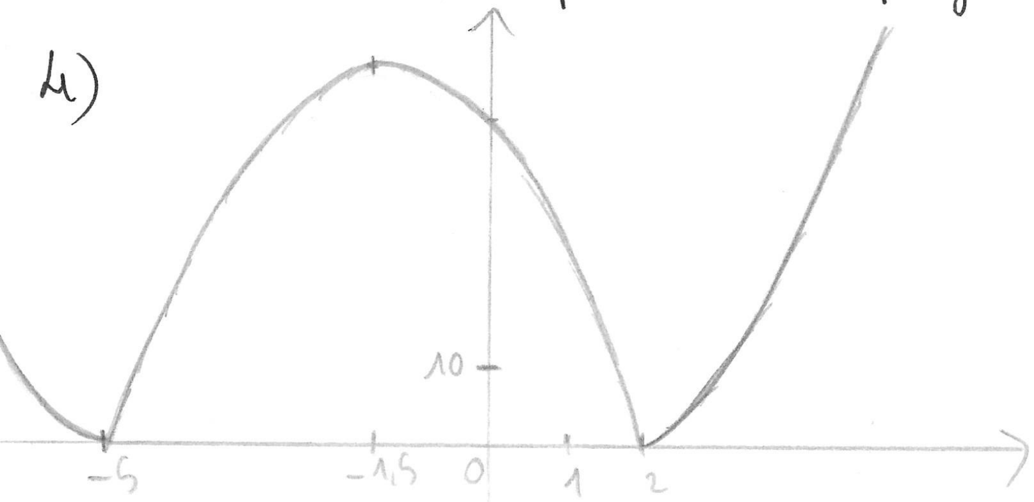
3) x est un antécédent de -2 par $g \iff g(x) = -2$

$\iff |-4x^2 - 12x + 40| = -2$

c'est impossible car $|-4x^2 - 12x + 40| \geq 0$

Donc : -2 n'a pas d'antécédent par g.

4)



Exercice 2 :

a) $f(x) = |11x + 3|$

$11x + 3 \geq 0$

$x \geq -\frac{3}{11}$

d'où $f(x) = \begin{cases} 11x+3, & \text{pour } x \geq -\frac{3}{11} \\ -11x-3, & \text{pour } x \leq -\frac{3}{11} \end{cases}$

b) $g(x) = \left|\frac{4x+1}{5x-4}\right|$ — g est définie si et seulement si $5x - 4 \neq 0$ — D'où $D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{5}\right\}$

si et seulement si $x \neq \frac{4}{5}$

$4x + 1 \geq 0$

$x \geq -\frac{1}{4}$

$5x - 4 > 0$

$x > \frac{4}{5}$

d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$4x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$5x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{4x+1}{5x-4}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

D'où : $g(x) = \begin{cases} \frac{4x+1}{5x-4}, & \text{pour } x \in \left]-\infty; -\frac{1}{4}\right] \cup \left]\frac{4}{5}; +\infty\right[\\ -\frac{4x+1}{5x-4}, & \text{pour } x \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{4}{5}\right[\end{cases}$