

**Exercice 1 :**

Soit la suite  $u$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par  $u_n = 1 + (-1)^n \frac{5}{2^{n-1}}$

- 1) Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$
- 2) Exprimer les termes  $u_{2n}$  et  $u_{2n+1}$  en fonction de  $n$
- 3) Vérifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n \neq 1$  et que  $\frac{u_{n+1}-1}{u_n-1}$  est indépendant de  $n$ .

**Exercice 2 :**

Soit la suite  $(w_n)_n$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $w_{n+1} = \frac{1}{4} w_n + 1$  avec  $w_0 = -1$

- 1) Calculer les 6 premiers termes
- 2) On pose  $x_n = w_n - \frac{4}{3}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ 
  - a) Calculer les 6 premiers termes de la suite  $(x_n)_n$
  - b) Montrer que  $x_{n+1} = \frac{1}{4} x_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

**Exercice 3 :**

On considère la suite  $(x_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $x_{n+1} = 3x_n + 1$  avec  $x_0 = -2$

- 1) Calculer les quatre premiers termes de cette suite.
- 2) Calculer le dixième terme.
- 3) On pose  $(y_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $y_n = x_n + \frac{1}{2}$ 
  - a) Calculer les quatre premiers termes de cette suite
  - b) Exprimer  $y_{n+1}$  en fonction de  $x_n$
  - c) En déduire l'expression de  $y_{n+1}$  en fonction de  $y_n$

**Exercice 4 :**

Soit  $v$  la suite définie par  $v_0 = 2$  et  $v_{n+1} = \frac{v_n}{1+(v_n)^2}$

- 1) Calculer  $v_1$  et  $v_2$
- 2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 
  - a) Vérifier que pour tout réel  $x$  strictement positif,  $f(x) - x < 0$
  - b) En admettant que, pour tout entier  $n$ ,  $v_n > 0$ , démontrer que la suite  $v$  est décroissante.