Première 6S	**DS n° 2 : Suites**	05/12/13

– *Calculatrices autorisées*
– *Durée : 1h30*

Exercice 1 :

Soit une suite $(u_n)_n$ définie par son terme général $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

1) Calculer les six premiers termes
2) Montrer que $(u_n)_n$ n'est ni arithmétique, ni géométrique soigneusement.
3) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-2}{n(n+1)(n+2)}$

   b) En déduire les variations de la suite $(u_n)_n$
4) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$
5) On considère $S_k = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_k$ où $k \in \mathbb{N}^*$

Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, $S_k = 1 - \dfrac{1}{k+1}$

6) En déduire la valeur exacte de la somme suivante $S = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2\times3} + \dfrac{1}{3\times4} + ... + \dfrac{1}{999\times1000}$

Exercice 2 :

Dans tout l'exercice, $(u_n)_n$ est une suite arithmétique de raison r et $(v_n)_n$ une suite géométrique de raison q. Répondre aux questions suivantes en détaillant les différentes étapes :

1) $u_2 = 3$ et $u_{15} = -11$. Calculer u_0 et r.
2) $v_{12} = 7$ et $v_{14} = 48$. Calculer q de manière exacte sachant que $q < 0$
3) $u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} = 305$ sachant que $u_{20} = 121$. Calculer r.
4) $v_n = \dfrac{3^{n+1}}{4^{n+3}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Calculer q.
5) On considère $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{19}$ .Sachant que $u_3 = \dfrac{13}{12}$ et $u_{11} = \dfrac{37}{12}$, calculer S en détaillant les étapes.

Exercice 3 :

On considère la suite $(u_n)_n$ définie sur $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = 3u_n + 5$ et $u_0 = -1$

1) Calculer les cinq premiers termes
2) a) $(u_n)_n$ est-elle arithmétique ? Justifier.

   b) $(u_n)_n$ est-elle géométrique ? Justifier.
3) On pose $v_n = u_n + \dfrac{5}{2}$ pour $n \in \mathbb{N}$

   a) Montrer que $(v_n)_n$ est géométrique. Donner son premier terme et sa raison.

   b) Exprimer v_n en fonction de n

   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 4 :

Calculer la somme suivante $S = 502 + 513 + 524 + … + 667$ en détaillant toutes les étapes.

Exercice 5 :

En 2013, un article coûte 9,40 €. Son prix augmente de 1% chaque année. On note u_n : le prix de l'article à l'année 2013 + n (exemple : u_1 = prix à l'année 2013+1 = 2014)

1) Déterminer u_0 , u_1 et u_2
2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Qu'en déduit-on sur la nature de la suite $(u_n)_n$?
3) Exprimer u_n en fonction de n puis calculer le prix de cet article en 2030.