

1^{ère} 65Corrigé du contrôleVecteurs. Colinéarité - repère

(Part 6 09/01/14)

(1)

Exercice (1): $A(-3; 2)$ $B(5; -4)$ $C(4; -\frac{13}{4})$ $D(0; -\frac{1}{4})$

$$1) \begin{array}{lll} \overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A) & \overrightarrow{AB} (8; -6) & \overrightarrow{CD} (x_D - x_C; y_D - y_C) \\ \overrightarrow{BC} (x_C - x_B; y_C - y_B) & \overrightarrow{BC} (-1; \frac{3}{4}) & \overrightarrow{CD} (-4; 3) \end{array}$$

$$2) a) \begin{array}{l} -8 \times (-1) = 8 \\ -8 \times (\frac{3}{4}) = -\frac{8}{4} \times 3 = -2 \times 3 = -6 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{d'où } \overrightarrow{AB} = -8 \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BC} \text{ sont donc colinéaires} \end{array} \right.$$

b) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires et ont un point en commun.
Donc A, B et C sont alignés.

$$3) x_{\overrightarrow{BC}} \times y_{\overrightarrow{CD}} = -1 \times 3 = -3 \text{ et } y_{\overrightarrow{BC}} \times x_{\overrightarrow{CD}} = \frac{3}{4} \times (-4) = -3$$

$$\text{d'où } x_{\overrightarrow{BC}} \times y_{\overrightarrow{CD}} = y_{\overrightarrow{BC}} \times x_{\overrightarrow{CD}}$$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

4) $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et ont un point commun, donc B, C et D sont alignés.
Or, on a démontré dans la question 2 b) que A, B et C sont alignés.
Par conséquent : A, B, C et D sont alignés.

$$5) AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + (-\frac{9}{4})^2} = \sqrt{9 + \frac{81}{16}} = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4}$$

$$DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{1^2 + (-\frac{3}{4})^2} = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\underline{AD + DC + CB} = \frac{15}{4} + 5 + \frac{5}{4} = 10 = \underline{AB}$$

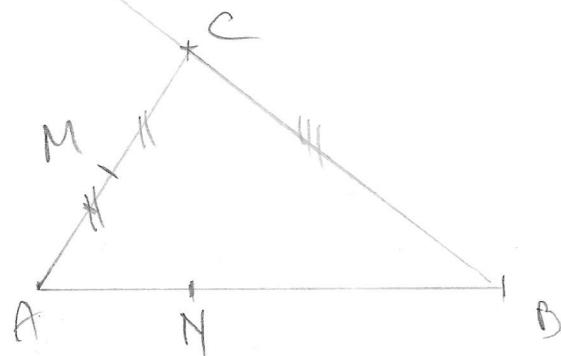
Le résultat était attendu car les points A, D, C, B sont alignés dans cet ordre.

Exercice (2):

$$1) \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BP} = 2 \overrightarrow{BC}$$

Exercice 2)

1)



$$\begin{aligned}\vec{AM} &= \frac{1}{2} \vec{AC} \\ \vec{AN} &= \frac{1}{3} \vec{AB} \\ \vec{BP} &= 2 \vec{BC}\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}\vec{MN} &= \vec{MA} + \vec{AN} \quad (\text{relation de Chasles}) \\ &= -\frac{1}{2} \vec{AC} + \frac{1}{3} \vec{AB} = \frac{1}{3} \vec{AB} - \frac{1}{2} \vec{AC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{MP} &= \vec{MA} + \vec{AP} \quad (\text{relation de Chasles}) \\ &= -\frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{BP} \\ &= -\frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{AB} + 2 \vec{BC} = -\frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{AB} + 2(\vec{BA} + \vec{AC}) \\ &= -\frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{AB} + 2\vec{BA} + 2\vec{AC} \\ &= -\frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{AB} - 2\vec{AB} + 2\vec{AC} \\ &= -\vec{AB} + \frac{3}{2} \vec{AC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Donc } -3\vec{MN} &= -\vec{AB} + \frac{3}{2} \vec{AC} = \vec{MP} \\ \text{c'est-à-dire } \vec{MN} \text{ et } \vec{MP} &\text{ sont colinéaires} \\ \text{De plus, ils ont un point commun} &\end{aligned}$$

Donc:
 $\vec{MN}, \vec{MP}$
alignés

2) a) Dans $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$:

$$A(0;0) \quad (\text{origine du repère}) - \vec{AB} = 1\vec{AB} + 0\vec{AC} \text{ d'au } \underline{B(1;0)}$$

$$\vec{AC} = 0\vec{AB} + 1\vec{AC} \text{ d'au } \underline{C(0;1)}$$

$$\begin{aligned}\vec{AM} &= 0\vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AC} \text{ d'au } \underline{M(0; \frac{1}{2})} \\ \vec{AN} &= \frac{1}{3} \vec{AB} + 0\vec{AC} \\ &\text{d'au } \underline{N(\frac{1}{3}; 0)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{AP} &= \vec{AB} + \vec{BP} = \vec{AB} + 2\vec{BC} = \vec{AB} + 2(\vec{BA} + \vec{AC}) \\ &= \vec{AB} - 2\vec{AB} + 2\vec{AC} = -\vec{AB} + 2\vec{AC} \\ \text{Donc } \underline{P(-1; 2)}\end{aligned}$$

