

NOM : Prénom :

CORRIGÉ

Fait le

Spé Maths Première (M Mangard)	Contrôle de mathématiques : Suites arithmétiques / Suites géométriques	Vendredi 05 avril 2024	SUJET A
--------------------------------------	--	---------------------------	----------------

Calculatrices autorisées

Observations :

NOTE :

Exercice 1 :

Les questions de cet exercice sont indépendantes

- 1) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 3 et de premier terme $u_0 = -7$. Calculer u_4 en justifiant.

$$u_4 = u_0 + 4 \times 3 = -7 + 12 = 5$$

- 2) Soit (v_n) une suite géométrique telle que $v_5 = 11$ et $v_7 = 75$.

Calculer sa raison r sachant que $r > 0$ en justifiant

$$v_7 = v_5 \times r^2 \Rightarrow 75 = 11 \times r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{75}{11} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{75}{11}}$$

$$r = \sqrt{\frac{75}{11}} = \frac{5\sqrt{33}}{11}$$

- 3) Soit (w_n) une suite arithmétique telle que $w_{12} = \frac{3}{4}$ et $w_{22} = \frac{15}{2}$

Calculer w_{30} en justifiant

$$w_{22} = w_{12} + 10 \times r \Rightarrow \frac{15}{2} = \frac{3}{4} + 10r \Rightarrow 10r = \frac{15}{2} - \frac{3}{4} = \frac{27}{4} \Rightarrow r = \frac{27}{40}$$

$$\Rightarrow 10r = \frac{27}{4} \Rightarrow r = \frac{27}{40}$$

$$u_n = w_{30} = w_{22} + (30-22) \times \frac{27}{40} = \frac{15}{2} + 8 \times \frac{27}{40} = \frac{15}{2} + \frac{27}{5} = \frac{75}{10} + \frac{54}{10} = \frac{129}{10}$$

Exercice 2 :

Soit (u_n) définie par $u_n = 7n - 4$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que (u_n) est une suite arithmétique (on donnera la raison et le premier terme)

$$u_{n+1} - u_n = 7(n+1) - 4 - (7n - 4) = 7$$

$$= 7, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Donc (u_n) est une suite arithmétique de raison 7 et de premier terme $u_0 = 7 \times 0 - 4 = -4$

Exercice 3 :

Soit (v_n) définie par $v_n = \frac{n+2}{n+3}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que (v_n) n'est pas géométrique

$$v_0 = \frac{2}{3}, v_1 = \frac{3}{4}, v_2 = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{v_1}{v_0} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}, \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{9}{8} \neq \frac{16}{15}$$

$$\text{donc } (v_n) \text{ n'est pas géométrique}$$

Exercice 4 :

Calculer $S = 3 + 8 + 13 + 18 + \dots + 113$ en justifiant.

Soit de termes d'une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_0 = 3$, on a $u_n = 113 = u_0 + n \times 5$

$$\Rightarrow 110 = n \times 5 \Rightarrow n = 22$$

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{22} = n \times \frac{u_0 + u_{22}}{2} = 23 \times \frac{3 + 113}{2} = 1334$$

NOM : Prénom :

CORRIGÉ

Fait le

Spé Maths Première (M Mangard)	Contrôle de mathématiques : Suites arithmétiques / Suites géométriques	Vendredi 05 avril 2024 SUJET B
--------------------------------------	---	---

Calculatrices autorisées

Observations :

NOTE :

Exercice 1 :

Les questions de cet exercice sont indépendantes

- 1) Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -2$. Calculer u_{10} en justifiant.

$$D'au: u_{10} = -2 \times 2^{10} = -2^1 \times 2^{10} = -2^{11} = -2048 \quad \checkmark$$

- 2) Soit (v_n) une suite arithmétique telle que $v_{12} = 37$ et $v_7 = 8$.

Calculer sa raison r en justifiant

$$v_n = v_p + (n-p) \times r \quad \checkmark$$

$$D'au: v_{12} = v_7 + (12-7) \times r$$

$$\Leftrightarrow 37 = 8 + 5r \quad \Leftrightarrow r = \frac{29}{5} \quad \checkmark$$

- 3) Soit (w_n) une suite géométrique de raison $r > 0$ telle que $w_{12} = \frac{3}{4}$ et $w_{14} = \frac{15}{2}$

$$w_n = w_p \times r^{n-p} \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow w_{14} = w_{12} \times r^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{2} = \frac{3}{4} \times r^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{15}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{comme } r > 0, r = \sqrt{15} \quad \checkmark$$

Calculer w_{24} en justifiant

$$w_{24} = w_{14} \times r^{24-14} \quad \checkmark \quad \Leftrightarrow w_{24} = \frac{15}{2} \times (\sqrt{15})^{10} = 750000$$

Exercice 2 :

Soit (u_n) définie par $u_n = \left(\frac{5}{4}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que (u_n) est une suite géométrique (on donnera la raison et le premier terme)

$$u_{n+1} = \left(\frac{5}{4}\right)^{n+1} = \left(\frac{5}{4}\right)^n \times \frac{5}{4} = u_n \times \frac{5}{4}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Donc (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{5}{4}$ et de premier terme $u_0 = \left(\frac{5}{4}\right)^0 = 1$

Exercice 3 :

Soit (v_n) définie par $v_n = \frac{7}{n+1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que (v_n) n'est pas arithmétique

$$v_0 = \frac{7}{0+1} = 7 \quad v_1 = \frac{7}{1+1} = \frac{7}{2} \quad v_2 = \frac{7}{2+1} = \frac{7}{3}$$

$$v_2 - v_1 = \frac{7}{3} - \frac{7}{2} = \frac{14}{6} - \frac{21}{6} = -\frac{7}{6} \quad \text{comp avec } v_1 - v_0 = \frac{7}{2} - 7 = -\frac{7}{2}$$

Or $v_2 - v_1 \neq v_1 - v_0$, donc (v_n) n'est pas une suite arithmétique

Exercice 4 :

Calculer $S = 5 + 15 + 45 + 135 + \dots + 32805$ en justifiant.

Somme de termes d'une suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 5$

$$S = 5(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^8) = 5 \times \frac{1-3^{9}}{1-3} = 5 \times \frac{3^9 - 1}{2} = 49205$$