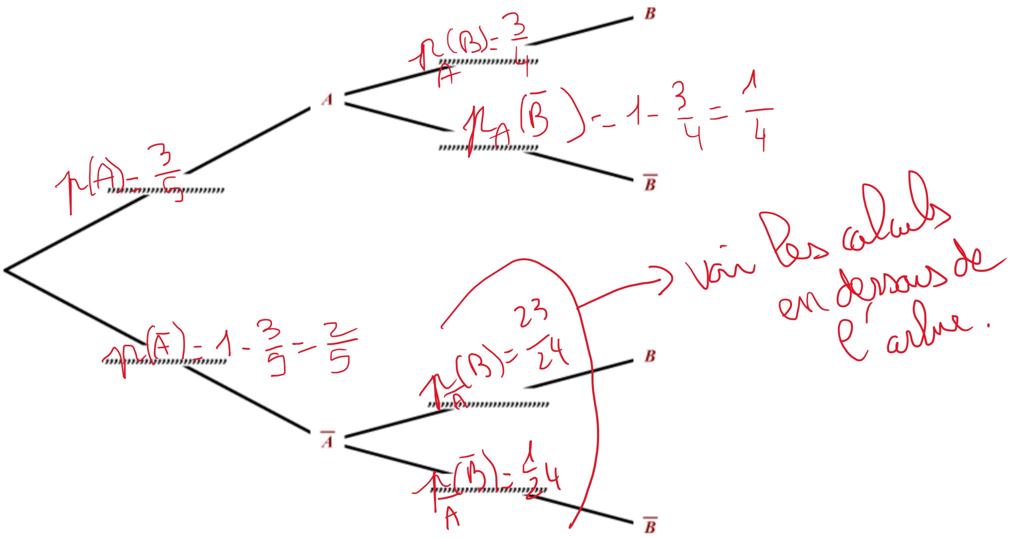
Mathématiques spécifiques Première (M Mangeard)	**Corrigé du DM de mathématiques :** *Probabilités conditionnelles / Fonctions affines*	Rendu le vendredi 16/02/2024

Exercice 1 :

1) Compléter l'arbre pondéré suivant à l'aide des données (en justifiant) :



On donne : $P_A(B) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{5}{6}$, $P(A) = \frac{3}{5}$

On a $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A})$

$= p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B)$

d'où : $\frac{5}{6} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times p_{\bar{A}}(B)$

c'est-à-dire : $\frac{5}{6} = \frac{9}{20} + \frac{2}{5} p_{\bar{A}}(B)$

d'où : $\frac{5}{6} - \frac{9}{20} = \frac{2}{5} p_{\bar{A}}(B)$

d'où : $\frac{50}{60} - \frac{27}{60} = \frac{2}{5} p_{\bar{A}}(B)$

$\frac{23}{60} = \frac{2}{5} p_{\bar{A}}(B)$, d'où $p_{\bar{A}}(B) = \frac{23}{60} \times \frac{5}{2} = \frac{23 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 12 \times 2} = \frac{23}{24}$

De plus : $p_{\bar{A}}(\bar{B}) = 1 - p_{\bar{A}}(B) = 1 - \frac{23}{24} = \frac{1}{24}$

2) Calculer $P_B(A)$

$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{p(A) \times p_A(B)}{p(B)} = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \times 3}{5 \times 2 \times \cancel{2}} \times \frac{\cancel{2} \times 3}{5}$

$= \frac{27}{50}$

Exercice 2 :

Les questions suivantes sont indépendantes :

1) Soient A(-3 ;7) et B(6 ;-2). Déterminer l'expression de la fonction affine f dont la représentation graphique est la droite (AB)

$x_A = -3 \neq 6 = x_B$ et $y_A = 7 \neq -2 = y_B$ } d'où la droite (AB) est oblique

$f(x) = mx + p$, car f est affine

calcul de m : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-7}{6-(-3)} = \frac{-9}{9} = -1$

D'où : $f(x) = -x + p$

or, $A(-3;7) \in (AB)$, d'où : $f(-3) = 7$

$\iff -(-3) + p = 7$

$\iff p = 7 + (-3) = 4$

Donc : $f(x) = -x + 4$

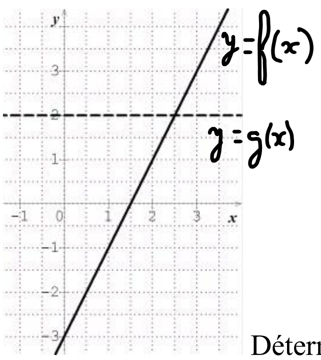
2) Montrer que g définie sur ℝ par g(x) = (2x + 1)² – 4x² est une fonction affine dont on donnera les paramètres.

$g(x) = (2x+1)^2 - 4x^2$

$= (2x)^2 + 2\times 2x \times 1 + 1^2 - 4x^2$

$= \cancel{4x^2} + 4x + 1 - \cancel{4x^2}$

$g(x) = 4x + 1$, donc g est bien une fonction affine car $g(x) = mx + p$ avec $\begin{cases} m = 4 \\ p = 1 \end{cases}$



3) Déterminer les expressions affines respectives des deux fonctions représentées dans ce repère.

* La droite qui représente g est horizontale, d'où g est une fonction constante

Donc : $g(x) = 2$

* La droite qui représente f est oblique, d'où : $f(x) = mx + p$

p = ordonnée à l'origine $= -3$ (par lecture graphique)

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+6}{+3} = 2$

Donc : $f(x) = 2x - 3$