

NOM : Prénom :

Option Mathématiques expertes (M Mangeard)	<u>Devoir de mathématiques :</u> <i>Matrices</i>	Vendredi 9 février 2024
---	--	-------------------------

- Calculatrice autorisée

Observations :

NOTE : **/20**

Exercice 1 :

On considère la matrice $D = \begin{pmatrix} (-2) & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et n , un entier naturel

Déterminer explicitement D^n en justifiant soigneusement.

Exercice 2 : (Sans calculatrice)

Soit la matrice $F = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- 1) Montrer que F est inversible en justifiant soigneusement
- 2) Déterminer F^{-1} en détaillant les calculs

Exercice 3 :

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- 1) Calculer $A^2 - 3A + 2I_3$
- 2) En déduire que la matrice A est inversible et calculer A^{-1}

Exercice 4 :

On considère le système 3x3 suivant :

$$(S) \begin{cases} x - 2y - 3z = 3 \\ 2x - y - 4z = 7 \\ 3x - 3y - 5z = 8 \end{cases}$$

- 1) On appelle A la matrice du système (S). Déterminer explicitement la matrice A
- 2) Calculer $\det(A)$ à la calculatrice. Que peut-on en déduire ? Faire une phrase.
- 3) Si on note X , la matrice-colonne des inconnues, et B la matrice-colonne des seconds membres
Montrer en justifiant que $AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$
- 4) Finir la résolution de (S)