

NOM : ..... Prénom : .....

Option Maths expertes (M Mangeard)	<b><u>Devoir de mathématiques :</u></b> <i>Nombres complexes : Point de vue algébrique</i>	Mercredi 27 septembre 2023
--	---	-------------------------------

- Calculatrices autorisées
- Durée : 50 min

**Observations :**

NOTE : **/20**

**Exercice 1 :**

- 1) Soient  $z_1$  et  $z_2$ , deux nombres complexes.  
Montrer que  $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \text{Im}(z_1) = \text{Im}(z_2)$  et  $\text{Re}(z_1) = \text{Re}(z_2)$
- 2) Soient deux nombres complexes  $z$  et  $z'$ . Montrer que  $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$ .

**Exercice 2 :**

- 1) Donner la formule générale du binôme de Newton.
- 2) En utilisant cette formule, développer  $(2 + i)^4$

**Exercice 3 :**

Soit  $Z = \frac{5 - 2i}{7 + 3i}$

**Méthode 1 :**

- 1) Déterminer l'écriture algébrique de  $Z$
- 2) En déduire le calcul de  $\bar{Z}$

**Méthode 2 :**

Déterminer  $\bar{Z}$  en utilisant une propriété du cours.

**Exercice 4 :**

Résoudre les équations suivantes (les solutions seront écrites sous forme algébrique)

- 1)  $3z + 2 = i(z - 4) + 5(1 - z)$
- 2)  $7 - 3z + z^2 = 0$

**Exercice 5 :**

Soient  $x$  et  $y$ , deux réels.

On pose :  $Z = \frac{2x + 3}{x + iy}$ , avec  $x$  et  $y \neq 0$

- 1) Déterminer les valeurs possibles de  $x$  et  $y$  pour que  $Z$  soit réel
- 2) Déterminer les valeurs possibles de  $x$  et  $y$  pour que  $Z \in i\mathbb{R}$