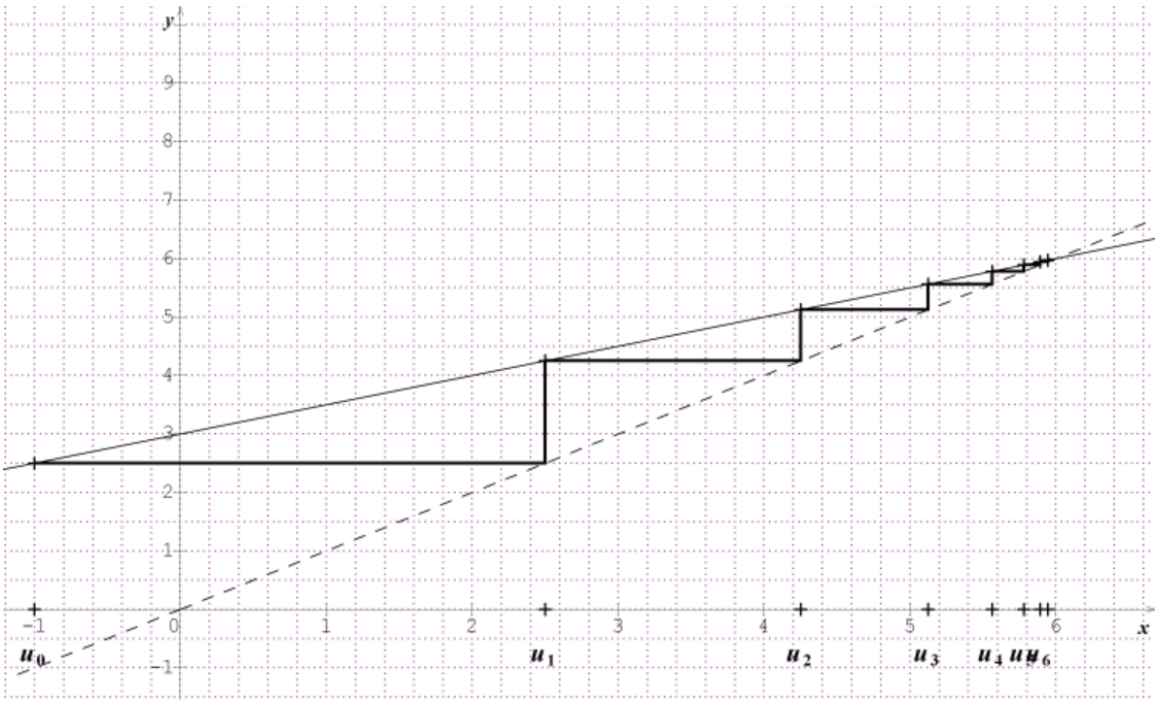
Option Maths Complémentaires Terminale (M Mangeard)	**Corrigé de l'évaluation de mathématiques n°1 :** *Suites : explicite/par récurrence, arithmétiques, géométriques, représentation graphique*	Faite le mercredi 23 septembre 2020

Exercice 1 :

On a représenté les premiers termes d'une suite définie par récurrence :



Compléter les pointillés suivants :

a) Que peut-on conjecturer concernant les variations de la suite (u_n) ?

…… (u_n) semble croissante ……

b) Même question concernant le comportement de la suite (u_n) à l'infini :

…… Plus n augmente, plus u_n semble se rapprocher de 6 ……

c) Déterminer l'expression par récurrence de la suite **en justifiant** :

On a $u_{n+1} = f(u_n)$ avec f : fonction affine (car c'est une droite qui représente f)

$f(x) = mx + p$

Graphiquement : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+1}{+2} = \frac{1}{2}$

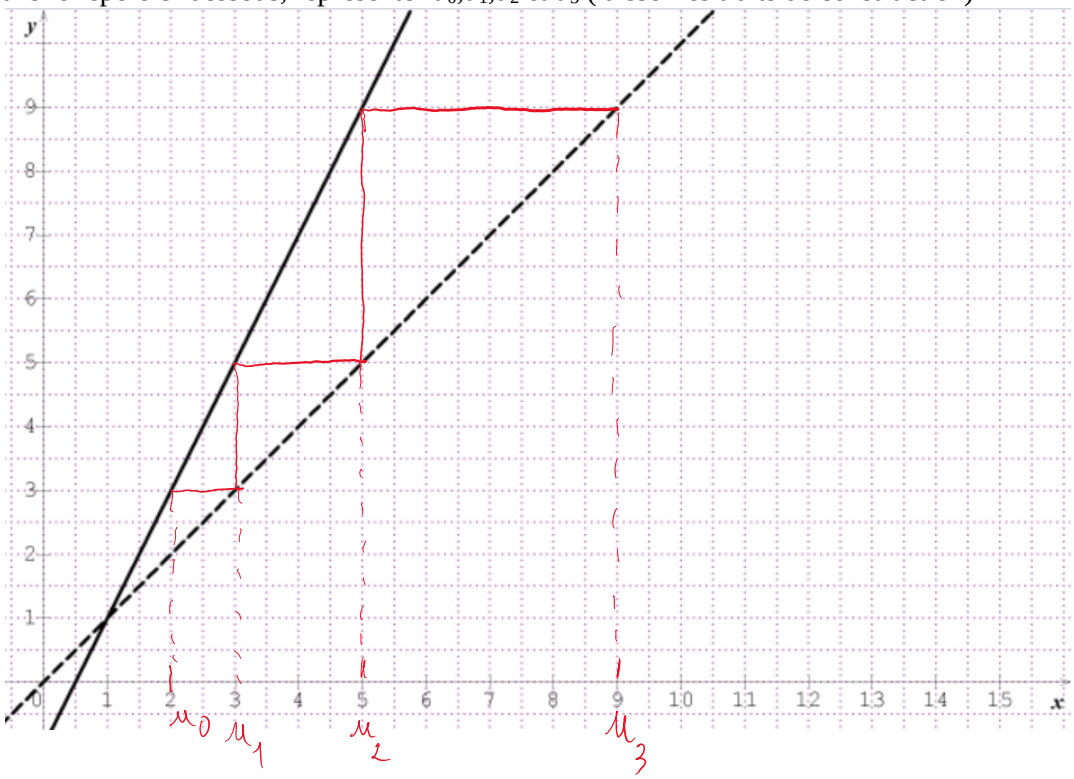
Or, $f(0) = 3 \Leftrightarrow p = 3$, d'où $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

Donc : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \\ u_0 = -1 \end{cases}$

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - 1 \\ u_0 = 2 \end{cases}$

1) Dans le repère ci-dessous, représenter u_0,u_1,u_2 et u_3 (laisser les traits de construction)



2) Conjecture concernant les variations de la suite :

(u_n) semble croissante

3) Conjecture concernant le comportement à l'infini :

Plus n augmente, plus u_n sera élevé (aussi grand que possible)

4) On pose $v_n = u_n - 1$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. (On donnera sa raison et son premier terme)

$v_{n+1} = u_{n+1} - 1$
$= 2u_n - 1 - 1$
$= 2u_n - 2$
$= 2(u_n - 1)$
$= 2v_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 2 et de 1er terme $v_0 = u_0 - 1 = 2 - 1 = 1$

b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n :

Comme (v_n) est géométrique, $v_n = v_0 \times q^n$
$= 1 \times 2^n = 2^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

c) Montrer que $u_n = 1 + 2^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Comme $v_n = u_n - 1$, alors $u_n = v_n + 1 = 2^n + 1$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Exercice 3 :

1) On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = \frac{3}{n^2}$

a) Entrer cette suite sur la calculatrice et remplir le tableau suivant (on arrondira les résultats à 10^{-3} près) :

n	2	7	12	25	30	50	100
u_n	0,750	0,061	0,021	0,005	0,003	0,001	$\simeq 0$

b) Plus n augmente, plus u_n semble se rapprocher de…0……

2) Soit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n + 5 \\ v_0 = -2 \end{cases}$

a) Entrer cette suite sur la calculatrice et remplir le tableau suivant : (on arrondira les résultats à 10^{-5} près) :

n	2	7	12	15	20	25	30
v_n	2	3,37500	3,33200	3,33340	3,33333	3,33333	3,33333

b) Plus n augmente, plus v_n semble se rapprocher de…3,33333……