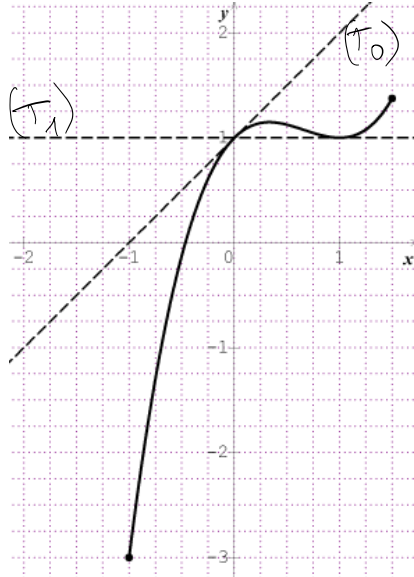


Exercice 1 :



On a représenté la courbe d'une fonction f sur l'intervalle $[-1 ; 1,5]$ et deux de ses tangentes : (T_0) et (T_1)

1) Déterminer $f'(0)$, $f'(1)$, $f(0)$ et $f(1)$

$$\underline{f(0) = 1} \quad \text{et} \quad \underline{f(1) = 1}$$

$$f'(0) = \text{coefficient directeur de } (T_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+1}{+1} = 1$$

2) En déduire les équations réduites respectives des droites (T_0) et (T_1)

D'où l'équation réduite de (T_0) est:

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$\Rightarrow \underline{y = x + 1}$$

$$f'(1) = \text{coefficient directeur de } (T_1) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0, \text{ car } (T_1) \text{ est horizontale}$$

son équation réduite est:

$$\underline{y = 1}$$

Exercice 2 :

Après avoir déterminé le plus grand ensemble sur lequel la fonction est dérivable, calculer sa dérivée en détaillant la méthode :

1) $f(x) = 7x^5 - 11x^3 + 4x^2 - 3$

f est une fonction polynôme, donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 7 \times 5x^4 - 11 \times 3x^2 + 4 \times 2x \\ = 35x^4 - 33x^2 + 8x$$

2) $g(x) = \frac{4x+7}{5x-1}$

g est définie $\Leftrightarrow 5x-1 \neq 0$

or, $5x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{5}$

d'où g est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{5}\right\}$

Comme g est un quotient, g est dérivable partout où il est défini.

D'où g est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{5}\right\}$

On pose: $u(x) = 4x+7$ $v(x) = 5x-1$
 $u'(x) = 4$ $v'(x) = 5$

or, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

D'où: $g'(x) = \frac{4(5x-1) - 5(4x+7)}{(5x-1)^2}$

$$= \frac{20x - 4 - 20x - 35}{(5x-1)^2}$$

$$= \frac{-39}{(5x-1)^2}$$

3) $h(x) = \sqrt{2x+9}$ (par la méthode de votre choix)

On pose $u(x) = 2x+9$ $u'(x) = 2$

h est définie $\Leftrightarrow u(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2x+9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{9}{2}$

h est dérivable $\Leftrightarrow u(x) > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{9}{2}$

$h = \sqrt{u}$, or $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

D'où: $h'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+9}} = \frac{1}{\sqrt{2x+9}}$

4) $i(x) = (3x+5)^4$ (de deux manières différentes)

On pose $u(x) = 3x+5$ $u'(x) = 3$
Méthode (1): i est dérivable car c'est une fonction polynôme

$n=4$, or a: $(u^n)' = n \times u' \times u^{n-1}$

d'où: $i'(x) = 4 \times 3 \times (3x+5)^3 = 12(3x+5)^3$

Méthode ②: $i(x) = l(3x+5)$, où $l(x) = x^4$
on a: $l'(x) = 4x^3$

i est dérivable sur $\mathbb{R}$ et:

$$\begin{aligned} i'(x) &= [l(3x+5)]' = 3 \times l'(3x+5) \\ &= 3 \times 4 \times (3x+5)^3 \\ &= \underline{\underline{12(3x+5)^3}} \end{aligned}$$

5) $j(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 1)$

$x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $]0; +\infty[= \mathbb{R}^{*+}$
 $x \mapsto 3x^2 + 1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, car c'est une fonction polynôme } d'où j est dérivable sur $]0; +\infty[$

on pose $u(x) = \sqrt{x}$ $v(x) = 3x^2 + 1$

$u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $v'(x) = 6x$

or, $(uv)' = u'v + uv'$

$$\begin{aligned} \text{d'où } j'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2 + 1) + 6x \times \sqrt{x} \\ &= \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x}} + \frac{6x\sqrt{x} \times 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{3x^2 + 1 + 12x^2}{2\sqrt{x}} \\ &= \underline{\underline{\frac{15x^2 + 1}{2\sqrt{x}}}} \end{aligned}$$