

Construction de triangles et inégalité triangulaire.

Construire un triangle connaissant :

- la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,
- les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
- les longueurs des trois côtés.

On remarquera, dans chaque cas où la construction est possible, que lorsqu'un côté est placé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu.

On rencontrera à ce propos l'inégalité triangulaire, $AB + BC \geq AC$ dont l'énoncé sera admis. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ sera commenté et illustré.

Plan :

- I) Tracés de triangles
- II) Inégalité triangulaire

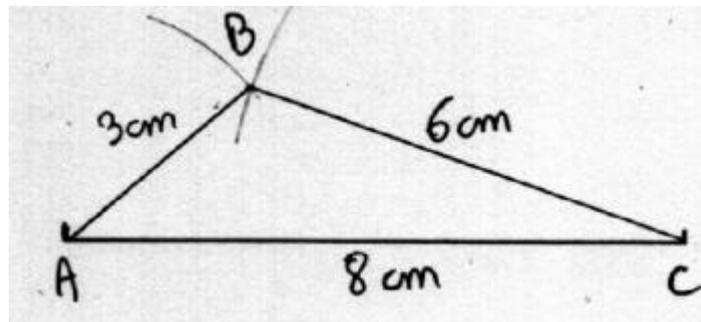
D) Tracés de triangles :

- Connaissant la mesure des trois côtés :

Exemple :

Tracer le triangle ABC tel que : $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ et $BC = 6 \text{ cm}$.

On utilise le compas.

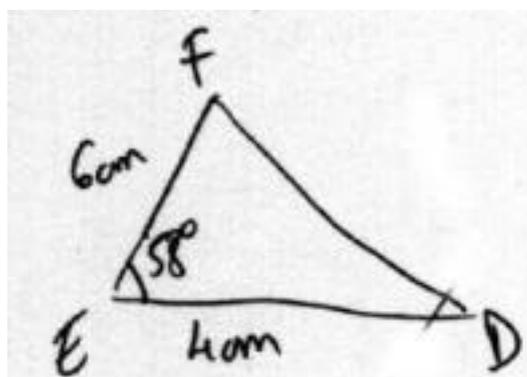


- Connaissant un angle et la mesure des deux côtés adjacents :

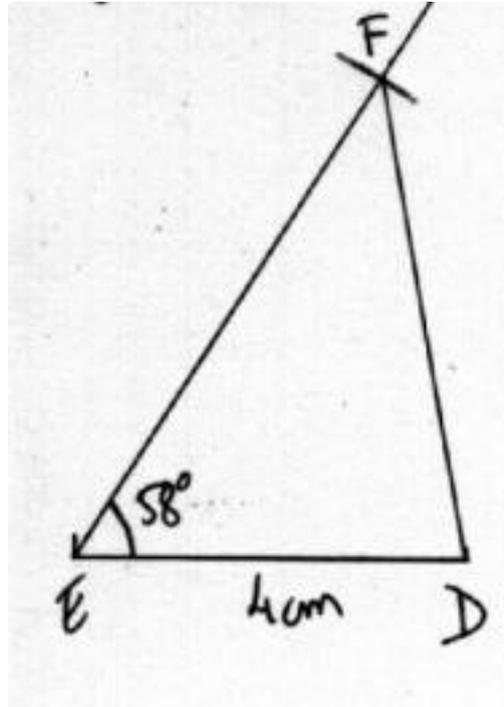
Exemple :

Tracer le triangle DEF tel que $\hat{E} = 58^\circ$, $ED = 4 \text{ cm}$ et $EF = 6 \text{ cm}$.

- a) On commence par faire un dessin à main levée pour « se faire une idée » :



- b) * On trace $ED = 4 \text{ cm}$
 * On trace l'angle de 58° avec le rapporteur
 * On utilise le compas pour tracer un arc à 6 cm de E ; on a alors le point F
 * On trace $[FD]$

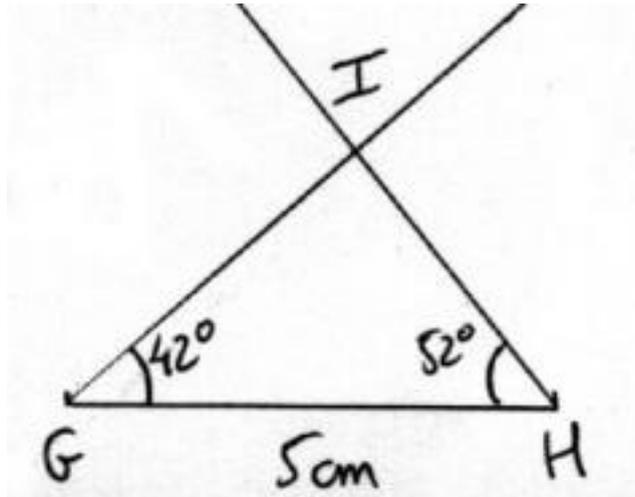


- **Connaissant la mesure d'un côté et les deux angles adjacents à ce côté :**

Exemple :

Tracer le triangle GHI tel que $GH = 5 \text{ cm}$, $\hat{G} = 42^\circ$ et $\hat{H} = 52^\circ$.

- On commence toujours par faire un dessin à main levée.
- Ensuite, on trace $[GH]$, puis les deux angles \hat{G} et \hat{H} .On obtient alors le point I .

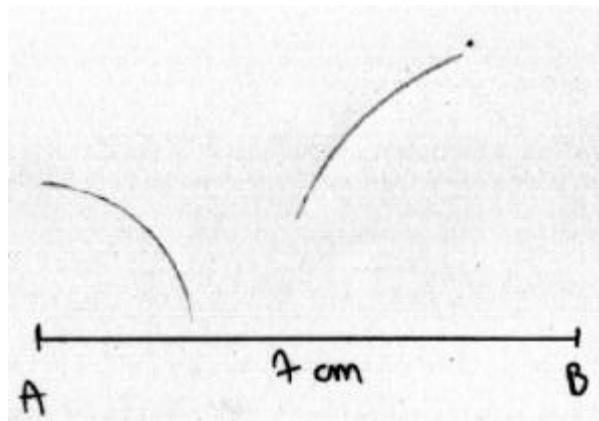


Remarque :

Si on donne trois longueurs quelconques, peut-on toujours tracer un triangle dont les côtés mesurent ces longueurs ?

Exemple :

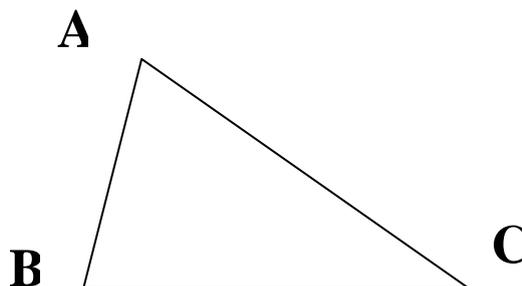
Tracer le triangle ABC tel que $AB = 7 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$ et $AC = 2 \text{ cm}$.



Le tracé est impossible.

II) Inégalité triangulaire :

Prop : Dans un triangle, la mesure de chaque côté est inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés.



$$AB < AC + BC$$

$$AC < AB + BC$$

$$BC < AC + AB$$

Exemple : Dans l'exemple précédent, $AB = 7\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ et $AC = 2\text{cm}$.
On a : $AB \geq BC + AC$, l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée. Le tracé est donc impossible.

Soit le triangle ABC tel que $AB = 7\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ et $BC = 4\text{cm}$.

On a :

$$7 < 5 + 4$$

$$5 < 7 + 4$$

$$4 < 7 + 5$$

Donc, on peut le tracer.

Remarque importante : Il suffit juste de vérifier que $7 < 5 + 4$. (Les autres inégalités en découlant)

De façon générale, dans les exercices il suffira de montrer que la mesure du plus grand côté est inférieure à la somme des mesures des deux autres.

Cas particulier :

Soit le triangle ABC tel que $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$ et $BC = 2\text{ cm}$.

On a : $7 = 5 + 2$, alors les points A, B et C sont alignés.

